

کنترل وضعیت و ارتفاع کوادروتور بر پایه مد لغزشی مرتبه کسری به وسیله الگوریتم ژنتیک

مرتضی حاج علی^۱، محمدحسین کاظمی^{۲*}

*نویسنده مسئول، دریافت: ۱۳۹۹/۰۹/۱۳، بازنگری: ۱۳۹۹/۰۹/۱۷، پذیرش: ۱۳۹۹/۰۹/۲۵

^۱دانش آموخته کارشناسی ارشد، مهندسی برق-کنترل، دانشگاه شاهد، تهران، ایران
^۲دانشیار، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، از یک کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری جهت کنترل ارتفاع و وضعیت کوادروتور استفاده شده است. در تعریف قانون کنترل و سطح لغزش از اپراتورهای انتگرالی و مشتق گیر مرتبه کسری از نوع ریمان - لیوویل استفاده شده است. با توجه به قوانین پایداری در سیستم های مرتبه کسری این اپراتورها به ما کمک می کنند کنترل بهتری بر روی کوادروتور داشته باشیم. برای دستیابی به کاهش فرجهش، کاهش زمان نشست، کاهش خطای ماندگار و به منظور تنظیم بهینه پارامترهای کنترلی، یک تابع تناسب تعریف گردیده و با استفاده از الگوریتم ژنتیک، پارامترهای تأثیرگذار در قانون کنترل و سطح لغزش بهینه شده و نتایج مطلوب تری نسبت به سایر روش ها حاصل گردیده است. با توجه به قوانین کنترل پیشنهادی و با تعریف توابع لیاپانوف مناسب، پایداری سیستم اثبات گردیده است. در انتها نتایج شبیه سازی به دست آمده از کنترل پیشنهادی، با روش های متداول مقایسه شده اند.

کلمات کلیدی: پرنده بدون سرنشین، مد لغزشی مرتبه کسری، کنترل وضعیت، کنترل ارتفاع، الگوریتم ژنتیک

۱- مقدمه

کنترل کننده های غیرخطی پیشرفته تری همچون مد لغزشی، پس گام، پیش بین، تطبیقی و روش های ترکیبی برای سیستم کوادروتور طراحی شده است؛ البته با این وجود، دستیابی به عملکرد پایدار مطلوب بسیار دشوار است [۳]. در سال های اخیر پژوهش های فراوانی برای کنترل کوادروتور انجام گرفته است، در [۴] از دو تکنیک کنترلی مختلف برای حذف اثر عدم قطعیت ها و اختلالات مربوط به ردیابی مسیر توسط بازوهای روباتیک ارائه و تحلیل شده است. این روش ها عبارتند از: الف) کنترل مد لغزشی تطبیقی پس گام (ب) رویت گر اختلالات غیرخطی بر پایه کنترل پس گام مد لغزشی. کنترل مد لغزشی تطبیقی پس گام، عدم قطعیت سیستم و اختلال را با استفاده از یک قانون تطبیقی تخمین می زند. از تئوری لیاپانوف برای تعریف قانون تطبیقی جهت همگرایی خطای ردیابی استفاده می شود. در روش دوم ابتدا اختلالات خارجی ناشناخته را با استفاده از رویت گر اختلالات غیرخطی تخمین زده و سپس با استفاده از کنترل کننده مد لغزشی پس گام، سیگنال کنترل را تولید می کند. مد لغزشی

در سال های اخیر، پرنده بدون سرنشین علاقه مندان وسیعی را به خود جذب کرده که این ناشی از برنامه های بالقوه وسیع و فضایل ذاتی این نوع پرنده ها است [۱]. کنترل کوادروتور با توجه به قابلیت مانور بالا، غیرخطی بودن سیستم های کنترلی، و متغیرهای وابسته به هم مشکل است [۲]. تاکنون فعالیت های پژوهشی متعددی در زمینه طراحی، شبیه سازی و پیاده سازی عملی کنترل کننده کوادروتور صورت پذیرفته است. کنترل کننده های سنتی خطی، تناسبی - انتگرالی - مشتق گیر^۱، روش های مبتنی بر خطی سازی پس خورد^۲ و ... ابتدایی ترین و متداول ترین روش های کنترلی هستند که برای سیستم دینامیکی کوادروتور طراحی و پیاده سازی شده اند. با توجه به کولپینگ قوی، غیرخطی زیاد و حساسیت شدید به اغتشاش خارجی، حفظ تعادل و غلبه بر اغتشاش ها و ردیابی دقیق مسیر برای کنترل کننده دشوارتر است. در همین راستا

امکان طراحی کنترل کننده‌هایی با عملکرد بهتر در قیاس با کنترل کننده‌های مرتبه صحیح فراهم شده است [۳].

در این مقاله، جهت کاهش پدیده لرزش و بهبود عملکرد سیستم کنترل از اپراتورهای مرتبه کسری در طراحی قانون کنترل و سطح لغزش استفاده خواهد شد، و برای بهینه‌سازی زمان نشست، فراجش و کاهش خطای ماندگار از الگوریتم ژنتیک استفاده می‌شود. با تعریف توابع لیاپانوف پایدار سیستم حلقه بسته و پایداری سطح لغزش اثبات می‌گردد. در بخش دوم مدل دینامیکی کوادروتور با استفاده از معادلات نیوتن-اویلر معرفی می‌شود، در بخش سوم به بیان تئوری‌های موردنیاز برای طراحی کنترل کننده پرداخته می‌شود. پایداری روش پیشنهادی به‌طور کامل در بخش چهارم ارائه می‌گردد، در بخش پنجم به بهینه‌سازی پرداخته شده است. بخش ششم به ارائه شبیه‌سازی‌ها و مقایسه نتایج اختصاص دارد و نهایتاً در بخش انتهایی نتیجه‌گیری و پیشنهادات بیان می‌شود.

۲- معرفی مدل دینامیکی کوادروتور

کوادروتور یک کلاس از پرنده‌های عمودپرواز است که به‌عنوان یک وسیله نقلیه بدون سرنشین معرفی می‌شود و دینامیک آن نشان می‌دهد که دارای شش درجه آزادی است [۱۰]. با وجود اینکه کوادروتور دارای دینامیک نسبتاً ساده‌ای است، اما دارای یک دینامیک غیرخطی بسیار پیچیده می‌باشد. که در برابر اختلالات آیرودینامیکی کوچک نیز حساس می‌باشد. برای نوشتن معادلات دینامیکی معمولاً نمی‌توان تمام پارامترهای دخیل در یک پدیده را با هم در نظر گرفت. کوادروتور از جمله سیستم‌های پروازی پیچیده‌ای است که پارامترهای فراوانی در دینامیک و رفتار حرکتی آن تأثیرگذار است. بنابراین، برای سادگی تحلیل و کنترل آن، یک سری از پارامترها در نظر گرفته نمی‌شود. البته با این نکته که فرضیات مورد نظر این مقاله نباید موجب شود که فاصله چشم‌گیری از واقعیت داشته باشد و فرضیات باید به‌گونه‌ای باشد که سازگاری مطلوب با دنیای واقعی را داشته باشد. مفروضات زیر برای محاسبه دینامیک کوادروتور در نظر گرفته شده است.

۱- صلب بودن سیستم (کوادروتور و پروانه موتورها)

۲- قطری بودن ماتریس ممان اینرسی

۳- متقارن بودن ساختار هندسی و جرمی آن

۴- بر هم منطبق بودن مرکز جرم و مرکز مختصات محلی و قرار داشتن در وسط جسم

۵- متناسب بودن نیروی بالارونده و مقاوم ناشی از دوران پره‌ها با توان مربع سرعت زاویه‌ای

دو دستگاه مختصات ثابت و محلی برای کوادروتور در نظر گرفته می‌شود. دستگاه ثابت (فریم اینرسی) بر اساس تعریف آن جهت‌گیری کاملاً ثابت دارد، ولی دستگاه محلی (فریم بدنی) با جسم حرکت کرده و جهت‌گیری می‌کند. معادلات مربوط به حرکت در دستگاه محلی (بدنی) با استفاده از تبدیل اویلر و ماتریس‌های تبدیل به دستگاه ثابت (اینرسی) منتقل می‌شوند [۱۱]. با توجه به شکل (۱) از دو دستگاه ثابت (Ei) و دستگاه محلی (Eb) برای به دست آوردن معادلات دینامیک کوادروتور استفاده می‌شود. از طریق معادلات دوران و انتقال بین دستگاه ثابت و دستگاه محلی روابطی برحسب زوایای رول^{۱۱}، پیچ^{۱۲} و یاو^{۱۳} بیان می‌گردد.

پس گام، تضمین می‌کند که سطح لغزش فاقد لرزش می‌باشد و سرعت همگرایی در زمان محدود را بهبود می‌بخشد. پایداری سیستم با استفاده از تئوری لیاپانوف برای هر دو روش تجزیه و تحلیل می‌شود. در [۳] از کنترل کننده مد لغزشی برای سیستم کوادروتور استفاده شده است به طوری که از رویکرد مرتبه کسری برای افزایش پهنای باند اطراف سطح لغزش و کاهش لرزش استفاده شده است و مقایسه‌ای بین کنترل کننده مد لغزشی مرتبه صحیح و مد لغزشی مرتبه کسری انجام داده است. در [۴] از روش‌های کنترل تطبیقی برای پایداری و ردیابی سیستم‌های پروازی در حضور عدم قطعیت پارامتری استفاده شده است. این مقاله یک تکنیک طراحی کنترل تطبیقی مد لغزشی برای پایداری زمان-محدود^۳ کوادروتور را همراه با عدم قطعیت پارامتری ارائه می‌دهد. با استفاده از مفهوم پایداری لیاپانوف و ایده همگرایی زمان-محدود، کنترل کننده طراحی شده و تضمین می‌کند که متغیرهای وضعیت کوادروتور با نرخ همگرایی مشخص و در زمان محدود به مبدأ همگرا می‌شوند. علاوه بر این، پارامترهای ناشناخته کوادروتور توسط یک قانون تطبیقی تخمین زده می‌شوند. در [۵] از مد لغزشی مرتبه کسری برای کنترل وضعیت کوادروتور استفاده شده است. در این مقاله کنترل کننده پیشنهادی، همگرایی زمان-محدود منیفولد لغزش را جهت ردیابی مجانبی محلی تضمین می‌نماید. در پاسخ این کنترل کننده، لرزش دیده نمی‌شود و نیازی به دانستن مدل دینامیکی نمی‌باشد. تحلیل پایداری بر اساس قاعده بازنشانی حافظه^۴ جهت مقابله با اثرات حافظه اپراتور انتگرال-دیفرانسیلی صورت می‌گیرد که سبب می‌شود کنترل کننده بتواند در برابر اغتشاشات پیوسته مقاوم باشد. در [۶] برای پایداری وضعیت و ارتفاع با توجه به اشباع ورودی از کنترل مد لغزشی مرتبه کسری استفاده شده است. این مقاله یکی از جدیدترین استراتژی‌های کنترل مد لغزشی کسری را برای تثبیت وضعیت کوادروتور ارائه می‌دهد. در ابتدا یک مدل دینامیک اشباع، توسط معادلات مکانیکی اویلر-لاگرانژ^۵ و انتقال دستگاه مختصاتی به دست می‌آورد. سپس با به‌کارگیری محاسبات کسری^۶، قانون کنترل ارائه می‌شود به طوری که می‌تواند نرخ همگرایی سریع‌تری را ارائه دهد. در [۷] از کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری برای کنترل موقعیت و ردیابی مسیر کوادروتور استفاده شده است در این مقاله کنترل کننده تناسبی، انتگرالی و مشتق‌گیر مرتبه کسری^۷ جهت کنترل موقعیت کوادروتور طراحی شده است. مدل دینامیکی کوادروتور از روش نیوتن-اویلر^۸ استخراج می‌گردد. در [۸] برای طراحی و اجرای بلادرنگ^۹ کنترل کننده از سه کنترل کننده مد لغزشی مرتبه دوم جهت ردیابی ارتفاع کوادروتور استفاده شده است. در این مقاله یک مطالعه مقایسه‌ای بر اساس تجزیه و تحلیل خطای ردیابی برای تعیین بهترین عملکرد کنترل کننده ارائه شده است. یک روش کنترل پس‌گام^{۱۰} مد لغزشی مرتبه کسری برای یک نوع کوادروتور در مرجع [۹] ارائه شده است که می‌تواند پدیده لرزش را کاهش و مقاومت کنترل کننده را افزایش دهد. در این مقاله از یک مدل دینامیکی دوار و غیرخطی کوادروتور با یک ساختار کاملاً به هم درگیر شده استفاده شده است که یک سیستم زیرتحریک را ارائه می‌دهد. روش کنترلی ارائه شده نه تنها مسیر موردنظر را بسیار خوب ردیابی می‌کند، بلکه در برابر اختلالات مسیرهای پیچیده مختلف نیز از خاصیت مقاوم بودن برخوردار می‌باشد. در [۲] از کنترل کننده تناسبی، انتگرال‌گیر و مشتق‌گیر کسری جهت کنترل موقعیت و وضعیت کوادروتور استفاده شده است در این کنترل کننده ضرایب بهینه با استفاده از الگوریتم ژنتیک به دست آمده است و مقایسه‌ای بین کنترل کننده تناسبی، انتگرال‌گیر و مشتق‌گیر مرتبه صحیح با کنترل کننده تناسبی، انتگرال‌گیر و مشتق‌گیر مرتبه کسری انجام داده است.

در چند سال گذشته و پس از توسعه مفاهیم معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری در زمینه‌های کاربردی مهندسی، مشخص شد که بسیاری از سیستم‌ها می‌توانند توسط این معادلات توصیف شوند. همچنین با به‌کارگیری این معادلات،

۴- پایداری

۴-۱- پایداری سیستم‌های مرتبه کسری

یک سیستم خطی زمان متغیر^{۱۴} مرتبه کسری را می‌توان از طریق معادله دیفرانسیل زیر نشان داد.

$$a_m D^{\alpha_m} y(t) + a_{m-1} D^{\alpha_{m-1}} y(t) + \dots + a_0 D^{\alpha_0} y(t) = b_n D^{\beta_n} u(t) + b_{n-1} D^{\beta_{n-1}} u(t) + \dots + b_0 D^{\beta_0} u(t) \quad (5)$$

پس از گرفتن تبدیل لاپلاس و در نظر گرفتن شرایط اولیه^{۱۵} صفر، تابع تبدیل مرتبه کسری شکل می‌گیرد.

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{b_n S^{\beta_n} + b_{n-1} S^{\beta_{n-1}} + \dots + b_0 S^{\beta_0}}{a_m S^{\beta_m} + a_{m-1} S^{\beta_{m-1}} + \dots + a_0 S^{\beta_0}} \quad (6)$$

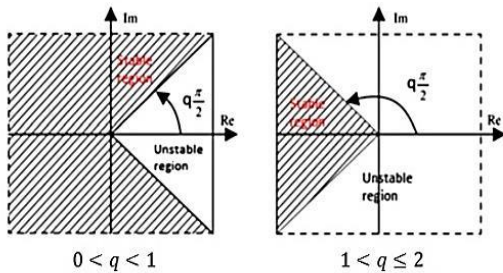
معادلات فضای حالت سیستم مرتبه کسری به صورت زیر می‌باشد.

$$\begin{aligned} D^\alpha x &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (7)$$

با گرفتن لاپلاس از (۷) به رابطه زیر می‌رسیم.

$$G(S) = C(S^\alpha I - A)^{-1} B + D \quad (8)$$

یک سیستم خطی زمان متغیر زمانی پایدار است که ریشه‌های معادله مشخصه در نیمه سمت چپ محور مختصات قرار داشته باشد. باین‌حال، برای سیستم خطی زمان متغیر مرتبه کسری، معیار پایداری با سیستم خطی زمان متغیر متفاوت است. جالب است که سیستم مرتبه کسری ممکن است ریشه‌هایی در نیمه سمت راست محور مختصات داشته باشد (شکل ۲)



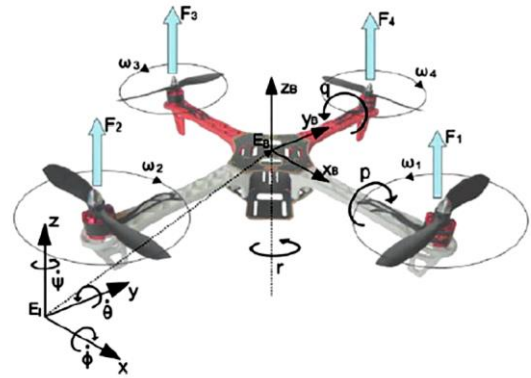
شکل ۲- ناحیه پایداری متیگنون در صفحه مختلط [۷]

برای اینکه سیستم مرتبه کسری و روی و خروجی محدود^{۱۶} پایدار باشد، شرایط زیر باید ارضاء گردد.

$$|\arg(\lambda)| > q \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

که λ مقادیر خاص^{۱۷} و $0 < q \leq 1$ طبق قضیه پایداری متیگنون^{۱۸}، تابع تبدیل مرتبه کسری (۶) پایدار است، اگر و تنها اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$|\arg(\sigma)| > q \frac{\pi}{2}, \quad P(\sigma) = 0 \quad (10)$$



شکل ۱- مدل کوادروتور و دستگاه‌های مختصات مرتبط با آن [۷]

با استفاده از تقریب و در نظر نگرفتن برخی از نیروها مانند نیروی هاب و ... می‌توان مدل دینامیک تقریبی کوادروتور را به صورت روابط زیر معرفی کرد [۶].

$$\ddot{z} = \cos \phi \cos \theta \frac{U_1}{m} - g \quad (1)$$

$$\ddot{\phi} = \dot{\theta} \psi \left(\frac{I_y - I_z}{I_x} \right) - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} U_2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\phi} \psi \left(\frac{I_z - I_x}{I_y} \right) - \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{l}{I_y} U_3$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\phi} \dot{\theta} \left(\frac{I_x - I_y}{I_z} \right) - \frac{1}{I_z} U_4$$

با توجه به اثرات آیرودینامیکی (فقط شامل نیروی پیش‌رانشی (تراست) و نیروی مقاوم ناشی از دوران پره‌ها) رابطه سیگنال‌های کنترل کوادروتور که به موتورهای اعمال می‌شوند برحسب سرعت دورانی ملخ‌ها به صورت زیر می‌باشد [۶، ۱۱].

$$U_1 = (\omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_1^2 + \omega_4^2) b \quad (2)$$

$$U_2 = (\omega_4^2 - \omega_2^2) b l$$

$$U_3 = (\omega_3^2 - \omega_1^2) b l$$

$$U_4 = (\omega_2^2 + \omega_4^2 - \omega_3^2 - \omega_1^2) d$$

۳- طراحی کنترل کننده

در این بخش به طراحی الگوریتم کنترلی کوادروتور پرداخته خواهد شد. در ابتدا به بررسی قانون کنترل و سطح لغزش پرداخته می‌شود و سپس قانون کنترل پیشنهادی مطرح می‌گردد. در این قانون کنترل از روش مد لغزشی مرتبه کسری استفاده شده است. قانون کنترل پیشنهادی مشابه مرجع [۵] و سطح لغزش مشابه مرجع [۱۰] به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$\tau_i(t) = -K I_t^v \text{sign}(S) \quad (3)$$

که $K \in \mathbb{R}$ بهره پس‌خورده است و I_t^v اپراتور انتگرال کسری است که v مرتبه آن است، sign تابع علامت و S سطح لغزش می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌گردد.

$$S = \dot{e} + \lambda_{RL} D^{\alpha-1} (\text{sign}(e)) \quad (4)$$

که $\lambda > 0$ پارامتر قابل تنظیم طراحی می‌باشد، $RLD^{\alpha-1}$ اپراتور مرتبه کسری است، $e = y_d - y$ سیگنال خطا و \dot{e} نرخ تغییرات خطا می‌باشد.

پس از تعریف سطح لغزش، حال جذب‌کنندگی سطح لغزش و پایداری سیستم حلقه بسته تحت کنترل پیشنهادی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

می دانیم $I_t^p(1) > 0$ است. بنابراین، با انتخاب مناسب بهره کنترلی به حد کافی بزرگ به طوری که $K > \frac{\delta}{I_t^p(1)}$ باشد، در نتیجه $\dot{V} < 0$ و پایداری سیستم اثبات می گردد.

۳-۴- پایداری سیستم در سطح لغزش

هنگامی که مد لغزشی رخ می دهد معادله $s = 0$ برقرار است. در این حالت سیستم باید به سمت نقطه تعادلش همگرا شود و در آن پایدار بماند. برای اثبات پایداری سیستم در سطح لغزش تابع لیاپانوف را به صورت $w = \frac{1}{2}s^2$ در نظر گرفته و با مشتق گیری از آن نتیجه می شود:

$$\dot{w} = s\dot{s} \quad (19)$$

با جایگذاری (۱۴) در (۱۹) داریم:

$$\dot{w} = s(\ddot{z}_d - K I_t^p \text{sign}(S) + \lambda_{RL} D^\alpha \text{sign}(e)) \quad (20)$$

می دانیم $s(\text{sign}(s)) = |s|$ باشد در نتیجه (۲۰) برابر می شود با:

$$\dot{w} = s\ddot{z}_d - K I_t^p |s| + s \lambda D^\alpha \text{sign}(e) \quad (21)$$

با فرض محدود بودن $m < \infty$ $s[\ddot{z}_d + D^\alpha \lambda \text{sign}(e)] \leq m$ به رابطه زیر می رسیم.

$$\dot{w} = -K I_t^p(1) + m \quad (22)$$

می دانیم $I_t^p(1) > 0$ است. بنابراین، با انتخاب مناسب بهره کنترلی به حد کافی بزرگ به طوری که $K > \frac{m}{I_t^p(1)}$ باشد، در نتیجه $\dot{w} < 0$ و پایدار سیستم در سطح لغزش اثبات می گردد.

۵- بهینه سازی

برای رسیدن به کنترل مطلوب کوادروتور و اهداف این مقاله که کاهش فراجهدش، کاهش زمان نشست و کاهش خطای ماندگار است، نیازمند تنظیم بهینه پارامترهای کنترلی هستیم در بهینه سازی این پارامترها از روش الگوریتم ژنتیک استفاده می گردد.

این روش هم مانند سایر الگوریتم های بهینه سازی با تعریف متغیرهای بهینه سازی، تابع هزینه و خود هزینه شروع می شود و با بررسی همگرایی الگوریتم به پایان می رسد. الگوریتم ژنتیک برداری را که طول آن برابر تعداد متغیرهای مستقل تابع هدف است، به عنوان ورودی گرفته و یک مقدار عددی را به عنوان خروجی می دهد. توابع بهینه ساز در الگوریتم ژنتیک، تابع هدف یا تناسب^{۱۹} را کمینه^{۲۰} می کنند.

با جایگزینی رابطه (۳) در (۴) به رابطه زیر می رسیم.

$$\tau_i(t) = -K I_t^p \text{sign}((\ddot{z}_d - \ddot{z}) + \lambda_{RL} D^\alpha (\text{sign}(e))) \quad (23)$$

با تعریف تابع تناسب $f = \delta e_{ss} + \beta e_{st} + \gamma e_{os}$ که در آن e_{ss} متغیر خطای ماندگار، e_{st} متغیر خطای زمان نشست، e_{os} متغیر خطای فراجهدش و (δ, β, γ) متغیرهای وزنه هستند، پارامترهای (α, v) در (۲۳) تنظیم می شوند تا مقادیر بهینه به دست آید [۷].

که $\sigma = S^q$ و اگر $\sigma = 0$ باشد $G(s)$ یک ریشه دارد و سیستم ناپایدار می گردد، q بالاترین کسری است که کمترین مرتبه صحیح از معادله مشخصه را ایجاد می کند. به عنوان مثال، $q = 1$ سیستم مرتبه صحیح است [۷].

۲-۴- پایداری سیستم حلقه بسته

با در نظر گرفتن قانون کنترل (۳) و سطح لغزش (۴) و نرخ تغییرات \dot{e} داریم:

$$\begin{aligned} U(t) &= -K I_t^p \text{sign}(S_{qi}) \\ S &= \dot{e} + \lambda_{RL} D^{\alpha-1} \text{sign}(e) \\ \dot{e} &= \dot{z}_d - \dot{z} \end{aligned}$$

با جایگذاری (۳) در (۱)، دینامیک ارتفاع به صورت زیر بازنویسی می گردد.

$$\ddot{z} = \cos\phi \cos\theta \frac{-K I_t^p \text{sign}(S)}{m} - g \quad (11)$$

جهت حذف اثر جاذبه و حذف اثرات غیرخطی محورهای رول و پیچ، سیگنال کنترل به صورت زیر اصلاح می گردد.

$$U(t) = (-K I_t^p \text{sign}(s) + g) \frac{m}{\cos\phi \cos\theta} \quad (12)$$

با جایگذاری (۱۲) در (۱۱)، نتیجه می شود:

$$\ddot{z} = -K I_t^p \text{sign}(S) \quad (13)$$

با مشتق گیری از (۴) و جایگذاری (۱۳)، خواهیم داشت:

$$\dot{S} = \dot{z}_d - K I_t^p \text{sign}(S) + \lambda_{RL} D^\alpha \text{sign}(e) \quad (14)$$

با تعریف تابع لیاپانوف به صورت $V = |s|$ و مشتق گیری از آن نتیجه می شود:

$$\dot{V} = \text{sign}(s)\dot{s} \quad (15)$$

با جایگذاری (۱۴) در (۱۵) داریم:

$$\dot{V} = \text{sign}(s)[\dot{z}_d - K I_t^p \text{sign}(S) + \lambda D^\alpha \text{sign}(e)] \quad (16)$$

پس از ساده سازی نتیجه می شود:

$$\dot{V} = \dot{z}_d \text{sign}(s) - K \text{sign}(s) I_t^p \text{sign}(s) + \lambda \text{sign}(s) D^\alpha \text{sign}(e)$$

$$\dot{V} = \text{sign}(s)\dot{z}_d - K I_t^p(1) + \lambda \text{sign}(s) D^\alpha \text{sign}(e) \quad (17)$$

با فرض محدود بودن شتاب مسیر مطلوب در جهت قائم (محدود بودن \ddot{z}_d که فرض منطقی می باشد و فرض $\delta < \infty$) $\text{sign}(s)[\dot{z}_d + \lambda D^\alpha \text{sign}(e)] \leq \delta$ به رابطه زیر می رسیم.

$$\dot{V} = -K I_t^p(1) + \delta \quad (18)$$

۶- شبیه‌سازی

قسمت دینامیک کوادروتور با توجه به معادلات (۱) و (۲) و طبق جدول ۱ طراحی می‌گردد.

۶-۱- کنترل‌کننده تناسبی _ انتگرالی _ مشتق‌گیر مرتبه کسری^{۲۱}

در قسمت اول از کنترل‌کننده تناسبی _ انتگرالی _ مشتق‌گیر مرتبه کسری جهت کنترل کوادروتور استفاده شده است. ورودی مطلوب برای کلیه شبیه‌سازی‌ها طبق جدول شماره ۲ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱- پارامترهای دینامیک کوادروتور

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
m	1.36 kg	I_z	0.0397 kg.m ²
g	9.80665 m/s ²	b	$1.2264 \times 10^{-4} N.s^2/rad^2$
l	0.285 m	d	$6.48447 \times 10^{-6} Nm.s^2/rad^2$
I_x	0.0259 kg.m ²	J_r	$2 \times 10^{-5} kg.m^2$
I_y	0.0260 kg.m ²		

جدول ۲- ورودی مطلوب کنترل‌کننده

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
z	20 m	θ	$\pi/6 rad$
ϕ	$\pi/6 rad$	ψ	$\pi/6 rad$

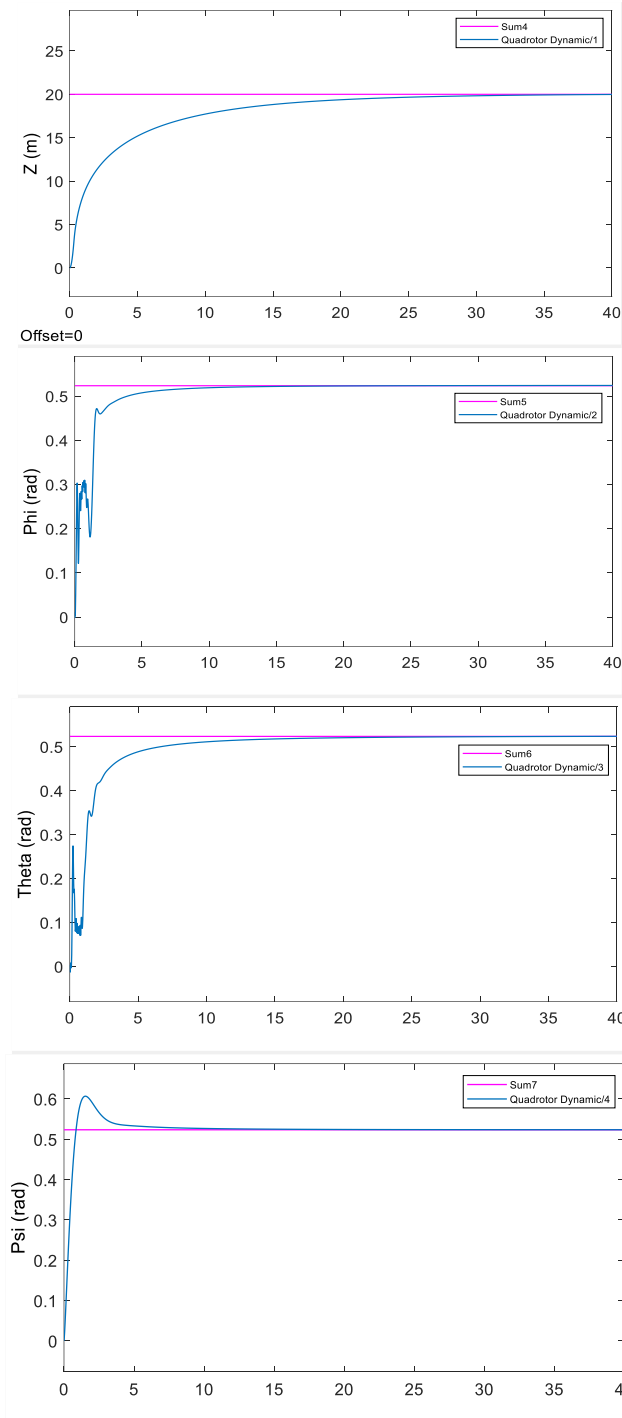
خروجی ارتفاع و وضعیت‌های کوادروتور طبق (شکل ۳) می‌باشد. همان‌طور که مشخص است. کوادروتور پس از گذشت تقریباً ۳۲ ثانیه به ارتفاع مطلوب می‌رسد اما در این ارتفاع تقریباً ۴ ثانیه بعد پایدار می‌گردد. وضعیت‌های کوادروتور حول محور x (Phi) و محور y ($Theta$) با توجه زاویه مطلوب پس از گذشت تقریباً ۱۵ ثانیه و حول محور z (Psi) پس از گذشت ۹ ثانیه پایدار می‌گردد. حول محور z ۰٫۰۸ رادیان بالادگی مشاهده می‌شود.

۶-۲- کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری^{۲۲}

همان‌طور که در (شکل ۴) مشاهده می‌گردد کوادروتور در مدت‌زمان طولانی به پایداری می‌رسد همچنین دارای فراجهدش می‌باشد جهت کاهش فراجهدش و کاهش زمان رسیدن به پایداری کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری پیشنهاد گردیده است. قسمت دینامیک کوادروتور با توجه به معادلات (۱) و (۲) و طبق جدول ۱، و قسمت کنترل‌کننده مد لغزشی طبق معادله (۲۳) و طبق جدول ۳ در نظر گرفته شده است.

جدول ۳- مقادیر و ضرایب در کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری

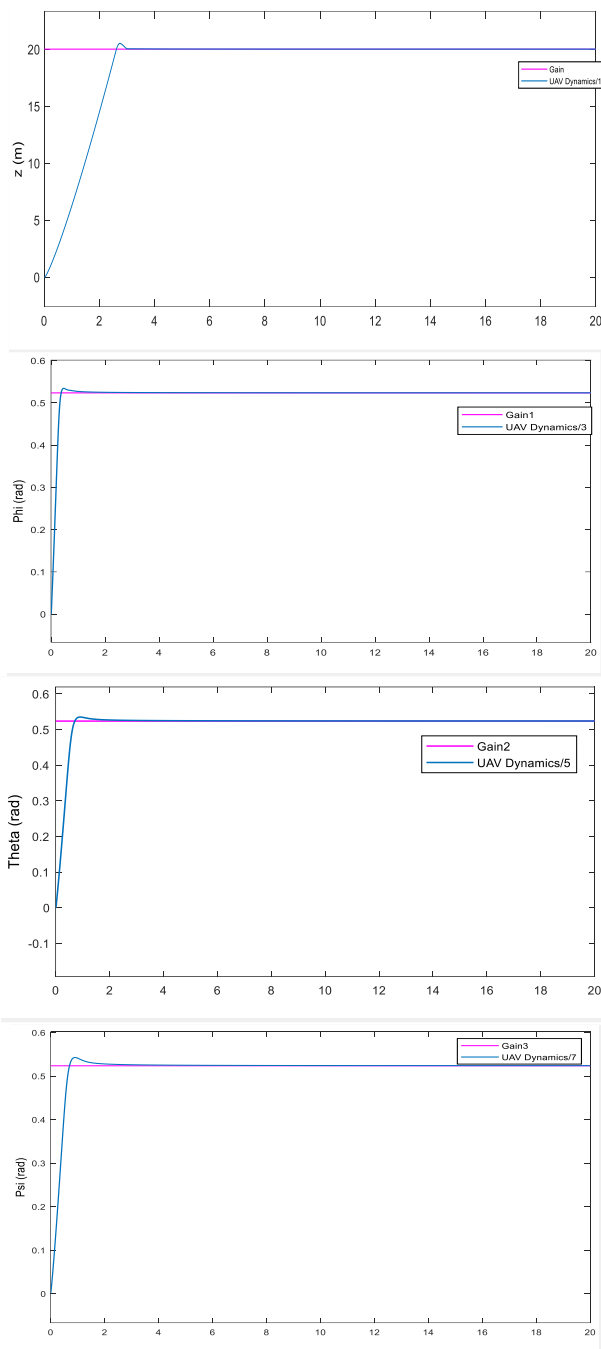
پارامتر	z	ϕ	θ	ψ
K	۴۵۰	۰٫۴	۵	۰٫۹
ν	۰٫۴	۰٫۵	۰٫۵	۰٫۵
λ	۵٫۵	۲	۱	۱
α	۰٫۷	۰٫۷	۰٫۷	۰٫۷



شکل ۳- خروجی‌های کوادروتور با کنترل‌کننده تناسبی _ انتگرالی _ مشتق‌گیر مرتبه کسری

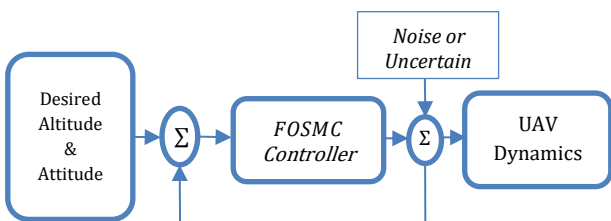
خروجی ارتفاع و وضعیت‌های کوادروتور طبق (شکل ۴) می‌باشد. همان‌طور که مشخص است کوادروتور پس از گذشت تقریباً ۴ ثانیه به ارتفاع مطلوب می‌رسد و در این ارتفاع تقریباً ۲ ثانیه بعد پایدار می‌گردد. وضعیت‌های کوادروتور حول محور x (Phi) و محور y ($Theta$) با توجه زاویه مطلوب پس از گذشت تقریباً ۵ ثانیه و حول محور z (Psi) پس از گذشت ۶ ثانیه پایدار می‌گردد. زمانی کلی پایداری نسبت به کنترل‌کننده تناسبی _ انتگرالی _ مشتق‌گیر مرتبه کسری کاهش داشته و دارای فراجهدشی به میزان تقریباً ۰٫۰۵ است.

همان‌طور که در (شکل ۵) مشاهده می‌شود مدت‌زمان رسیدن به مقدار مطلوب و پایداری کوادروتور نسبت به روش‌های قبلی بهتر شده است.

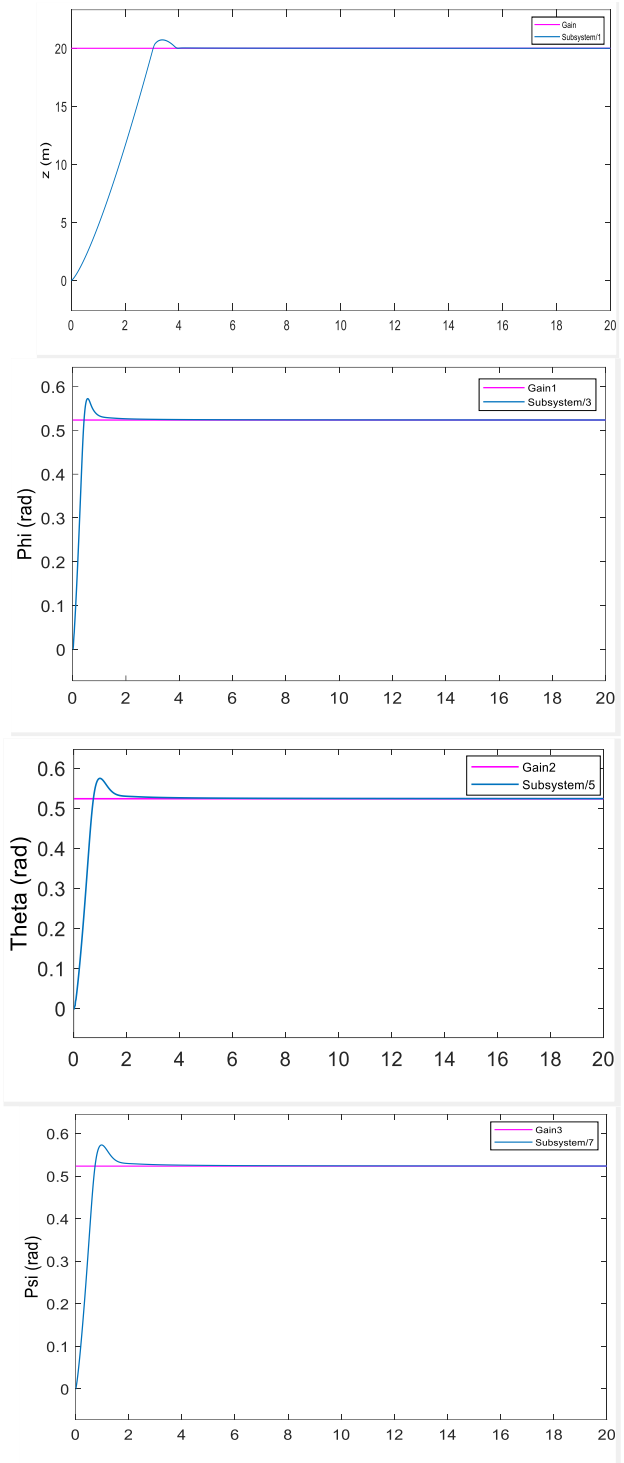


شکل ۵- خروجی‌های بهینه شده کوادروتور با کنترل‌کننده لغزشی مرتبه کسری

جهت بررسی پایداری روش پیشنهادی در برابر نویز و اغتشاش مدار کنترلی به‌صورت زیر اصلاح می‌گردد.



شکل ۶ - بلوک دیاگرام کوادروتور با در نظر گرفتن اغتشاش و نویز



شکل ۴- خروجی‌های کوادروتور با کنترل‌کننده لغزشی مرتبه کسری

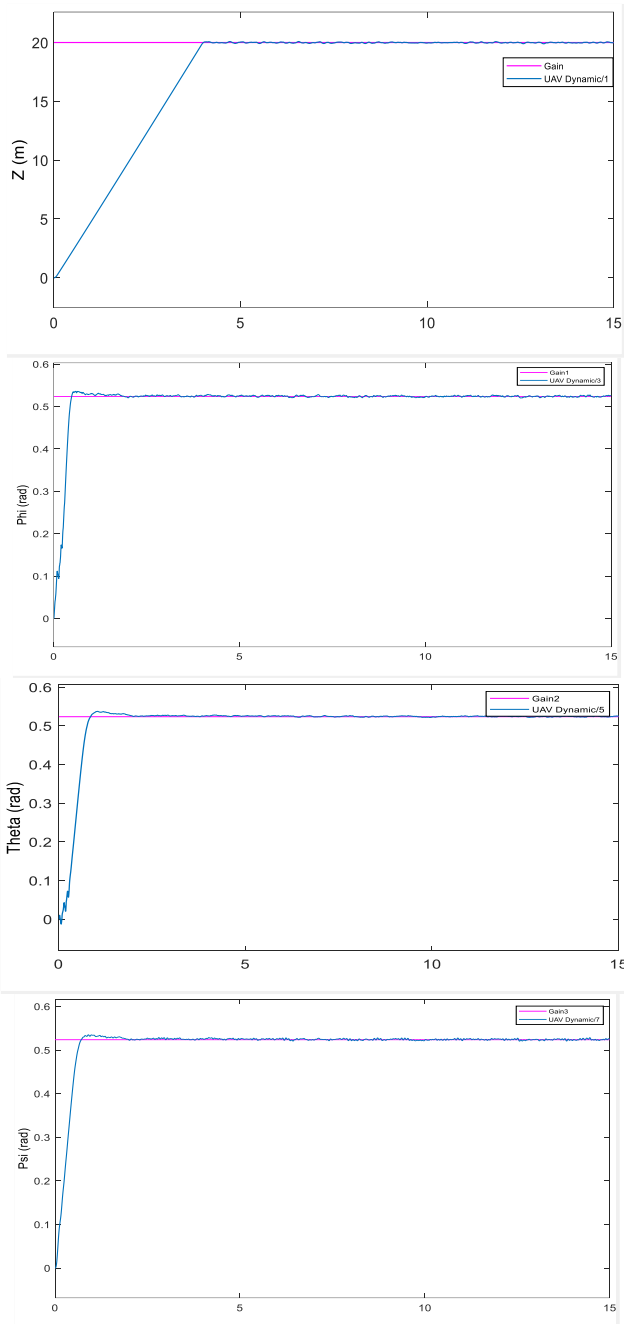
جهت بهینه‌تر شدن مدت‌زمان پایداری و فراجهدش مقادیر اپراتورهای مرتبه کسری را با استفاده از الگوریتم ژنتیک تخمین زده شده و مطابق جدول ۴ مورد استفاده قرار می‌گیرد.

جدول ۴- مقادیر و ضرایب در کنترل‌کننده مد لغزشی مرتبه کسری

پارامتر	z	ϕ	θ	ψ
K	۴۵۰	۴۵۰	۴۵۰	۴۵۰
ν	۰,۱۰۱۵۲	۰,۳۰۵۳۴	۰,۱۹۰۱	۰,۱۰۶۵
λ	۷	۲	۱	۵
α	۰,۸۵۰۶۱	۰,۸۹۹۸۷	۰,۹	۰,۸۵۰۲۹

مطلوب رسیده است. در ثانیه ۱۲ تغییر به وجود آمده تأثیر اغتشاش حول محور X در ثانیه ۱۲ است که روی فرمان این محور هم اثرگذار بوده است. همان طور که مشخص است کنترل کننده پیشنهادی به خوبی با این اغتشاشها مقابله کرده و از ناپایدار شدن کوادروتور جلوگیری کرده است.

جهت تأثیرپذیری نویز بر عملکرد کنترل کننده پیشنهادی، نویزی به صورت یکنواخت و با دامنه ۰.۱ حول ارتفاع و با دامنه ۰.۰۱ در جهت محورهای رول، پیچ و یاو مطابق (شکل ۶) به مدار کنترل اعمال می‌گردد.



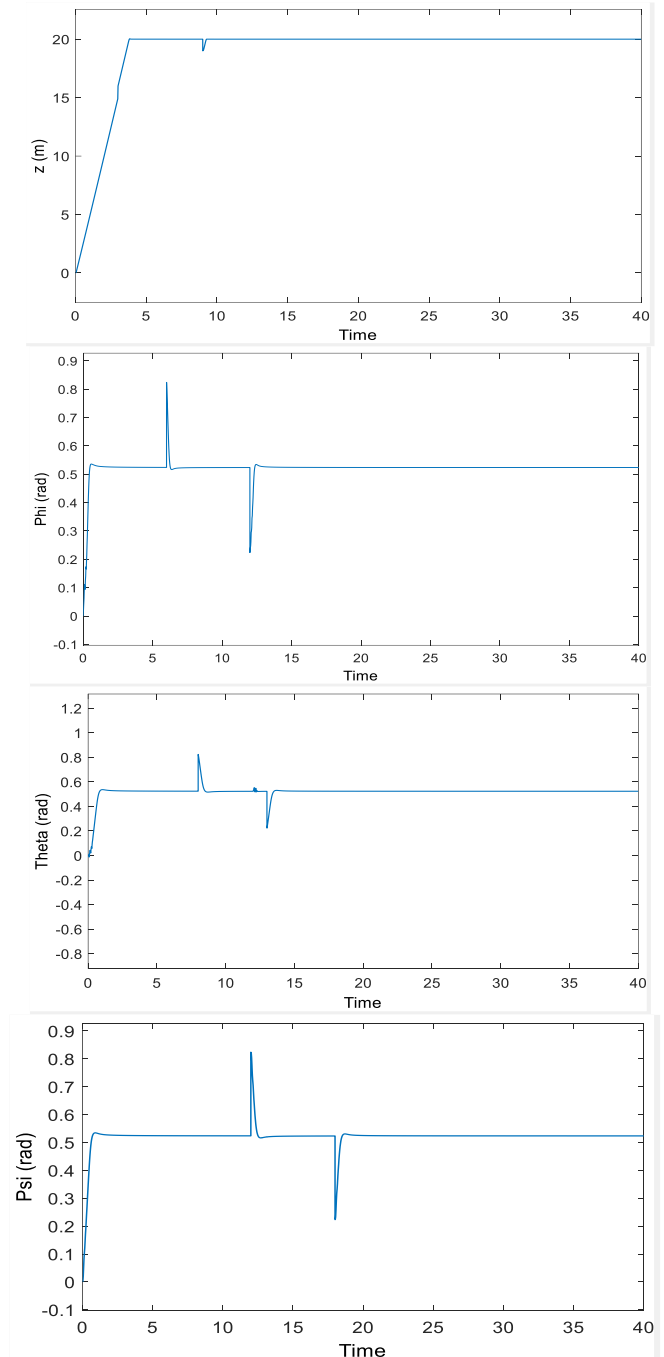
شکل ۸- خروجی‌های کنترل کننده پیشنهادی با حضور نویز

همان طور که در (شکل ۸) مشاهده می‌شود کنترل کننده پیشنهادی در حضور نویز نیز پایداری خود را حفظ کرده است.

۳-۶- مقایسه روش‌های کنترلی

برای بررسی و مقایسه روش‌های کنترلی مطرح شده، نرم خطای وضعیت و ارتفاع کنترل کننده‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد.

فرض می‌شود کوادروتور در هوای نامناسبی به پرواز درآمده است و اغتشاشی مانند باد در ثانیه ۳ شروع به وزیدن کرده و توانسته است کوادروتور را یک متر به بالا یا پایین بکشد و در ثانیه ۹ وزش این باد قطع شده است. همزمان این باد توانسته کوادروتور را در ثانیه ۶ الی ثانیه ۱۲ به اندازه ۱۰ درجه‌ای حول محور X (رول)، از ثانیه ۸ الی ۱۳ به اندازه ۱۰ درجه‌ای حول محور Y (پیچ) و از ثانیه ۱۲ الی ۱۸ به اندازه ۱۰ درجه حول محور Z (یاو) را تحت تأثیر قرار دهد.



شکل ۷- فرمان کنترل کوادروتور در حضور اغتشاش

همان طور که در (شکل ۷) مشاهده می‌شود فرمان کنترل در جهت ارتفاع در ثانیه ۳ و ثانیه ۹ دچار تغییر شده اما بلافاصله به مقدار مطلوب رسیده است. این نشان می‌دهد کنترل کننده پایداری خود را در حضور اغتشاش حفظ کرده است. همچنین فرمان کنترل حول محور X (Phi) در ثانیه ۶ و ثانیه ۱۲ دچار تغییر شده اما بلافاصله به مقدار مطلوب رسیده است. فرمان کنترل حول محور Y ($Theta$) در ثانیه ۸ و ثانیه ۱۲ و ثانیه ۱۳ دچار تغییر شده اما بلافاصله به مقدار

ضرایب کنترل کننده از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از شبیه سازی، اهداف این پژوهش که پایداری کوادروتور در ارتفاع و وضعیت مطلوب، کاهش لرزش، کاهش زمان فرآجش، کاهش زمان نشست و کاهش خطای ماندگار بود محقق گردیده است. برای بررسی مقاوم بودن کنترل کننده، اغتشاش و نویز به مدار کنترلی اضافه گردیده و کنترل کننده پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سایر کنترل کننده ها داشته است.

با توجه به خاصیت مقاوم بودن مد لغزشی مرتبه کسری در برابر دینامیک های غیرخطی، برای پژوهش های بعدی می توان جهت بهینه سازی ضرایب و مرتبه اپراتورهای کسری به صورت بلادرنگ از سیستم های فازی و الگوریتم های شبکه عصبی استفاده کرد.

مراجع

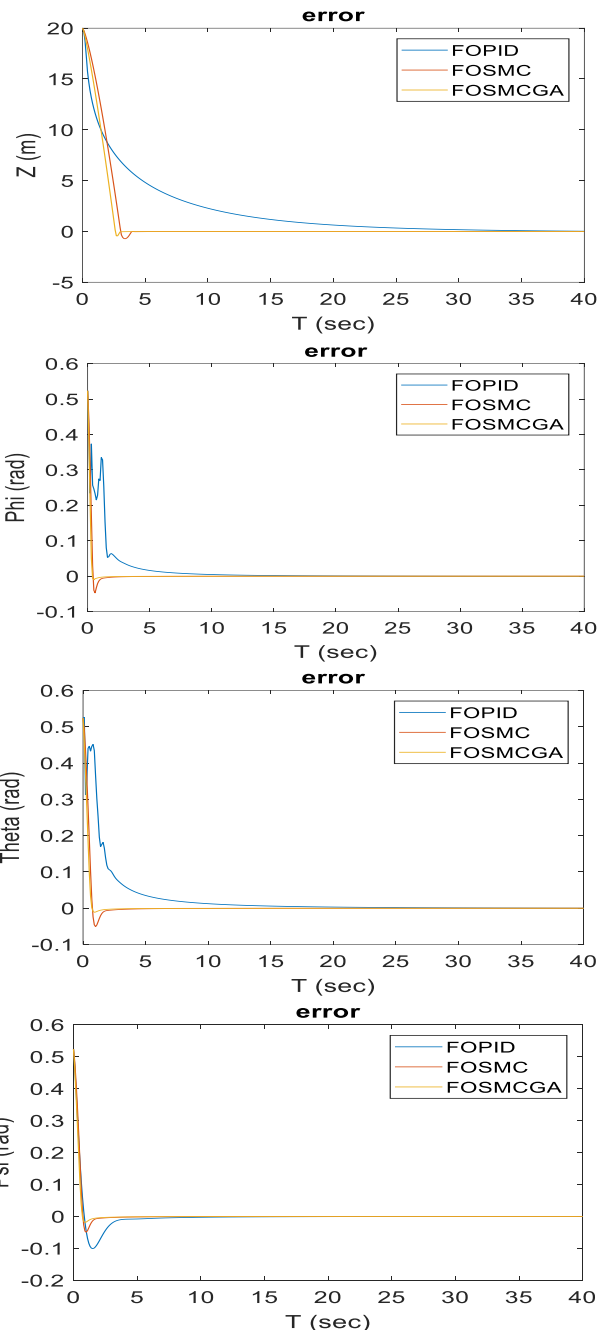
- [1] D. Matouk, O. Gherouat, F. Abdessemed, and A. Hassam, "Quadrotor position and attitude control via backstepping approach," in *8th International Conference on Modelling, Identification and Control (ICMIC)*, 2016.
- [2] R. Mohammed, "Quadrotor Control Using Fractional-Order $PI^\lambda D^\mu$ Control," *Journal of Advances in Computer Engineering and Technology*, vol. 5, no. 1, pp. 1-10, 2019.
- [3] M. Kamali, M. Farhadi, and J. Askari, "Fractional order sliding mode controller design for quadrotor system," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 17, no. 5, pp. 287-294, 2017.
- [4] O. Mofid, and S. Mobayen, "Adaptive sliding mode control for finite-time stability of quad-rotor UAVs with parametric uncertainties," *ISA transactions*, vol. 72, pp. 1-14, 2018.
- [5] C. Izaguirre-Espinosa, A.J. Muñoz-Vázquez, A. Sánchez-Orta, V. Parra-Vega, and P. Castillo, "Attitude control of quadrotors based on fractional sliding modes: theory and experiments," *IET Control Theory Applications*, vol. 10, no. 7, pp. 825-832, 2016.
- [6] Z. Cheng, Z. Ma, G. Sun, and H. Dong, "Fractional order sliding mode control for attitude and altitude stabilization of a quadrotor UAV," in *Chinese Automation Congress (CAC)*, 2017.
- [7] H. L. Maurya, L. Behera, and N.K. Verma, "Trajectory Tracking of Quad-Rotor UAV Using Fractional Order $PI^\lambda D^\mu$ Controller," in *Computational Intelligence: Theories, Applications and Future Directions*, vol. 1, pp. 171-186, 2019.
- [8] F. Muñoz, I. González-Hernández, S. Salazar, E.S. Espinoza, and R. Lozano, "Second order sliding mode controllers for altitude control of a quadrotor UAS: Real-time implementation in outdoor environments," *Neurocomputing*, vol. 233, pp. 61-71, 2017.
- [9] X. Shi, Y. Cheng, C. Yin, S. Dadras, and X. Huang, "Design of Fractional-Order Backstepping Sliding Mode Control for Quadrotor UAV," *Asian Journal of Control*, vol. 21, no. 1, pp. 156-171, 2019.
- [10] O. V. Dhakad, and A.P.V. Kumar, "A controller design using Fractional Order Sliding Mode for Quadcopter," *International Journal of Research in Advent Technology*, pp. 133-138, 2018.
- [11] M. Nourimotlagh, P. Safarpour, and M. Pourgholi, "Dynamic modeling, simulation and control of a quadrotor using feedback linearization and PID controller based on MEMS sensors' experimental dat," *Modares Mechanical Engineering*, vol. 16, no. 12, pp. 175-185, 2016.

مرتضی حاج علی، دانش آموخته کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه شاهد در سال ۱۳۹۸ است. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان کنترل ربات های پرنده، کنترل کننده های مرتبه کسری، الگوریتم های هوشمند و شبکه های عصبی می باشد.



آدرس پست الکترونیکی ایشان عبارت است:

morteza.hajali@gmail.com



شکل ۹- خطای ارتفاع و وضعیت کنترل کننده ها

جدول ۵ اندازه خطای ارتفاع و وضعیت کنترل کننده ها

	z	ϕ	θ	ψ
پی ای دی کسری	۷۵,۴۷۷۴	۰,۸۳۷۲	۱,۱۴۶۴	۰,۹۸۴۷
مد لغزشی کسری	۷۲,۰۰۹۳	۰,۷۷۷۲	۰,۹۸۳۳	۰,۹۶۱۳
مد لغزشی کسری بهینه	۶۵,۳۱۶۱	۰,۶۸۰۱	۰,۸۶۱۳	۰,۸۷۸۰

همان طور که در (شکل ۹) و جدول ۵ مشاهده می گردد، کنترل کننده مد لغزشی مرتبه کسری پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سایر کنترل کننده ها دارد.

۷- نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پژوهش پس از مدل سازی دینامیک کوادروتور، قانون کنترل و سطح لغزش با استفاده از اپراتورهای مرتبه کسری طراحی گردیده و برای بهینه سازی



محمدحسین کاظمی، در حال حاضر دانشیار مهندسی برق گرایش برق-کنترل در دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه شاهد است. ایشان دانش‌آموخته دکترای مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه صنعتی امیرکبیر در سال ۱۳۸۰، کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه صنعتی شریف، و کارشناسی الکترونیک از دانشگاه صنعتی خواجه نصیر می‌باشند. زمینه‌های پژوهشی موردعلاقه ایشان رباتیک، هوش مصنوعی و سیستم‌های قدرت است.
آدرس پست الکترونیکی ایشان عبارت است:

kazemi@shahed.ac.ir

-
- 1 PID
 - 2 Feedback linearization
 - 3 Finite-time
 - 4 Resetting Memory
 - 5 Euler-Lagrange
 - 6 Fractional calculus
 - 7 FOPID
 - 8 Newton-Euler
 - 9 Real-Time
 - 10 Back stepping
 - 11 Roll
 - 12 Pitch
 - 13 Yaw
 - 14 Linear Time-Invariant
 - 15 Initial condition
 - 16 Bounded-input Bounded-output
 - 17 Eigenvalues
 - 18 Matignon
 - 19 Fitness Function
 - 20 Minimize
 - 21 Fractional Order PID
 - 22 Fractional Order Sliding Mode Controller(FOSMC)

Attitude and altitude control of quadrotors UAV based on fractional order sliding mode and its optimization

Morteza hajali¹, Mohammad Hosein Kazemi²

^{1,2} Department of Electrical Engineering, Shahed University, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, a fractional order sliding mode controller is used to control the attitude and altitude of the quadrotor. In defining the control law and the sliding surface, Riemann- Liouville type fractional integral and derivative operators are used. Due to the rules of stability in fractional order systems, these operators help us to have better control over the quadrotor. To achieve the goals of reducing overshoot, reducing settling time and reducing steady-state error, in order to optimally control the control parameters, by defining a fitness function and using genetic algorithm, the effective parameters in the control law and sliding surface are optimized and more desirable results than other methods. Has been obtained. According to the proposed control laws and by defining the appropriate Lyapunov functions, the stability of the system has been proved. Finally, the simulation results obtained from the proposed control are compared with conventional methods.

Keywords: Unmanned Aerial Vehicle, Altitude Control, Attitude Control, Sliding Mode Control, Genetic Algorithm.