



بهینه‌سازی طیف انرژی گراف‌ها و شبکه‌های پیچیده با استفاده از یک روش سیم‌بندی مجدد تکاملی

فرشاد صفایی^{۱*} و امین بابایی^۲

*نویسنده مسئول، دریافت: ۹۹/۰۹/۱۴، بازنگری: ۹۹/۰۹/۱۷، پذیرش: ۹۹/۰۹/۳۰

^۱ دانشیار، دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران
^۲ پژوهشگاه دانش‌های بنیادی (IPM)، پژوهشکده علوم کامپیوتر، تهران، ایران

چکیده

در شبکه‌های پیچیده و زیرساخت‌های پیشرفته امروزی، استحکام یکی از ویژگی‌های حیاتی و مهم به شمار می‌رود و در طی سالیان اخیر به یکی از زمینه‌های پژوهشی موردعلاقه و روبه‌رشد تبدیل شده است. این زمینه پژوهشی در شبکه‌های پیچیده به دنبال آن است تا راهکارها و مکانیزم‌هایی را جهت بهبود اتصال‌پذیری شبکه‌ها در برابر خرابی‌های تصادفی و حملات هدفمند جستجو کند. تاکنون معیارهای مختلف و متنوعی برای سنجش و ارزیابی میزان استحکام و تاب‌آوری شبکه‌های پیچیده ارائه شده است. بخش مهمی از این معیارها به نظریه جبری گراف و مطالعه و بررسی طیف ماتریس مجاورت گراف که طیف گراف نیز نام دارد، اختصاص یافته است. انرژی هر گراف ساده عبارت از مجموع قدرمطلق مقادیر ویژه آن است. در این مقاله ابتدا نشان داده می‌شود که انرژی هر شبکه با استحکام آن قویاً همبستگی دارد؛ سپس یک الگوریتم سیم‌بندی مجدد برای بهینه‌سازی معیار انرژی گراف معرفی می‌شود. با استفاده از الگوریتم تکاملی تلاش می‌شود به این پرسش پاسخ داده شود که سیم‌بندی پیشنهادی کدام مجموعه از یال‌ها را برای افزایش بیشترین مقدار در انرژی در مقایسه با گراف اولیه در بر خواهد داشت. با پاسخ به این پرسش است که می‌توان در حوزه‌های مختلف شبکه‌های پیچیده و اجتماعی برای یافتن یک راه‌حل بهینه جهت بهینه‌سازی انرژی و اتصال‌پذیری و در نتیجه افزایش استحکام و تاب‌آوری آن تصمیم‌گیری کرد. نتایج عددی حاصل از شبیه‌سازی، به پژوهشگر دانشی را درباره تعداد یال‌های موردنیاز برای سیم‌بندی و نیز مکانی از شبکه که وجود این یال‌ها سبب افزایش ماکزیمال در انرژی و در نتیجه افزایش ماکزیمال در استحکام می‌شود، عرضه می‌دارند.

کلمات کلیدی: شبکه‌های پیچیده، استحکام شبکه، سیم‌بندی مجدد یال، الگوریتم تکاملی

عملکرد و رفتار یک شبکه می‌تواند به طور گسترده‌ای از ویژگی‌های ساختاری آن تأثیر بپذیرد. یکی از اصلی‌ترین و پایه‌ای‌ترین این ویژگی‌های ساختاری، استحکام شبکه است که گاهی اوقات با واژه‌هایی همچون تاب‌آوری^۱، تحمل‌پذیری^۲، بقا^۳ و عدم آسیب‌پذیری^۴ بیان می‌شود. یک سیستم را مستحکم گویند هرگاه دارای قابلیت نگهداشت^۵ نواح اصلی و پایه‌ای خویش حتی در حضور خطاهای بیرونی یا درونی باشد [۱]. در جستار شبکه، واژه استحکام به توانایی سیستم در انجام وظایف محوله اصلی به آن اشاره دارد حتی هنگامی که گره‌ها و یال‌های شبکه ممکن است از دست رفته باشد. همچنین یک سیستم تاب آور است هرگاه با تغییر مد عملیاتی

۱- مقدمه

بسیاری از سیستم‌های پیچیده دنیای واقعی را می‌توان به کمک گراف‌ها مدل کرد. مثال‌هایی از این دست عبارتند از اینترنت جهانی، شبکه‌های متابولیک، شبکه‌های نیروگاه‌های الکتریکی، زنجیره‌های غذایی، شبکه‌های جاده‌ای و حمل‌ونقل هوایی و وب. طی سالیان گذشته علم شبکه سعی در شرح، پیش‌بینی و کنترل این قبیل سیستم‌ها داشته است. مطالعه، بررسی و ارزیابی کارایی شبکه‌ها و سیستم‌های پیچیده یکی از زمینه‌های مهم و ارج‌دار پژوهشی میان‌رشته‌ای است که شامل فیزیک، ریاضیات، بیولوژی، علوم اجتماعی، انفورماتیک و سایر علوم کاربردی و نظری است.

و افزودن متوالی و تصادفی یال‌ها بین آنها ایجاد می‌شوند و هدف این است که مشخص گردد ویژگی معینی از گراف در کدامین وضعیت محتمل است که پدیدار گردد. مدل‌های گراف تصادفی مولد توزیع‌های احتمال متفاوتی هستند. یکی از شناخته شده‌ترین مطالعات توسط ادگار ژیلبرت [۹] پیشنهاد شده که با نماد $G(n, p)$ تعریف می‌شود. در این مدل، وقوع هر یال امری مستقل است که با احتمال $0 < p < 1$ روی می‌دهد. یک مدل نزدیک به ژیلبرت مدلی است که توسط اردوش و رنی [۱۰] معرفی شده و به ER معروف است و با نماد $G(n, M)$ نشان داده می‌شود. در این مدل، به‌تمامی گراف‌هایی با دقیقاً M یال، احتمال یکسانی منتسب می‌شود. در مقاله حاضر ما از مدل ژیلبرت (G_i) استفاده کرده‌ایم که در آن برخلاف مدل ER، تعداد یال‌های تولیدی از قبل مشخص نیست و فقط امیدریاضی^۹ تعداد یال‌ها در دست است.

شبکه‌هایی که ویژگی قانون قدرت را در توزیع درجه از خویش نشان می‌دهند، مقیاس-آزاد نام دارند. توزیع درجه شبکه تصادفی از توزیع درجه پواسن پیروی می‌کند. اطلاق عنوان مقیاس-آزاد به این دلیل است که رژیم قدرت مقیاس ذاتی ندارد و نیز پارامتر متوسط درجه در آن اطلاعات چندین سودمندی را درباره شبکه به ما عرضه نمی‌کند. نکته جالبی که در نمودار سیم‌بندی (شرح مکانیزم‌های سیم‌بندی در بخش ۴ آورده شده است) مدل تصادفی‌سازی شده یک شبکه در قیاس با نسخه اصلی آن دیده می‌شود همانا وجود هاب‌ها یا گره‌هایی با اتصالات بالا است که در مدل شبکه‌های مقیاس-آزاد به چشم می‌خورد؛ بدین معنی که احتمال مشاهده گره‌هایی با درجه بالا (یعنی هاب‌ها) چندین مرتبه از میزان مشابه آن در شبکه‌های تصادفی بیشتر است. این مدل در کار نطفه‌ای باراباشی و آلبرت [۱۱] به‌دقت تبیین شد و از این‌رو ما در سراسر این مقاله از نماد BA (که به آن مدل اتصال ترجیحی نیز گفته می‌شود) برای تبیین کردن کلاسی از توپولوژی‌های مرتبط با توزیع‌های درجه دم سنگین [۱۲] بهره جست‌ه‌ایم.

با این حال، برخی شبکه‌ها نیز مشاهده شده‌اند که ویژگی ساختاری شناخته‌شده-ای موسوم به اثر دنیای کوچک را از خویش به نمایش می‌گذارند و بازتابی از این واقعیت‌اند که اغلب زوج گره‌ها در شبکه تنها از طریق تعداد کمی مسیر کوتاه به یکدیگر اتصال یافته‌اند. وجود اثر دنیای کوچک مدت‌ها قبل از آزمایش میلگرام [۱۳] گمانه‌زنی شده بود و به شکل دقیق ریاضی در [۱۴] گزارش شده است. چنین مدلی در تحلیل فرآیندهای نفوذ، شبکه‌های ساخت انسان مانند شبکه‌های حمل و نقل و شبکه‌های ارتباطی کاربرد فراوان دارد.

مدل دنیای کوچک (SW) یا واتس-استروگاتز (WS) [۱۵] با درون‌یابی بین یک حلقه مشبک منتظم و یک گراف تصادفی ساخته می‌شود. شروع کار از حلقه‌ای با N رأس است. سپس هر رأس به k نزدیک‌ترین همسایه‌اش متصل می‌شود. در ادامه و به شیوه ساعت‌گرد، رأس i انتخاب شده و یال متصل به نزدیک‌ترین همسایه i به شکل تصادفی با احتمال p سیم‌بندی می‌شود. امکان تشکیل طوقه و یال‌های چندگانه وجود ندارد. این فرایند برای هر رأس به طور متوالی تکرار می‌شود تا رأس i بار دیگر انتخاب گردد. در این لحظه، یال متصل به دومین همسایه نزدیک‌تر i تحت سیم‌بندی مشابهی قرار می‌گیرد. روند انتخاب رأس و فرآیند سیم‌بندی تا جایی ادامه می‌یابد که یالی که تمام رئوس i را به دورترین همسایه‌هایشان متصل می‌کند مورد بررسی قرار گرفته باشد. پارامتر p در مدل WS به‌عنوان سطح تصادفی بودن در گراف شناخته می‌شود.

۳- تعاریف و مقدمات

استحکام به معنای توانایی هر شبکه در انجام عملیات محوله به آن تحت خرابی تصادفی یا حملات سیستماتیک به گره‌ها/یال‌هایش است که می‌تواند بسته به زمینه موردنظر به چندین روش ملاحظه گردد. در این مقاله تمرکز ما بر گراف‌های بدون وزن و بدون جهت $G(V, E, A)$ است که $V = \{v_i; i \in I\}$ بیانگر

خویش و بی‌آنکه قابلیت عملیاتی‌اش را از دست دهد قادر باشد تا خویش را با خطاهای بیرونی و درونی موافق و سازگار سازد [۲].

در بوم‌شناسی، استحکام صفت مهمی از سامانه بومی است که می‌تواند مرتبط با بینشی درباره واکنش‌ها در قبال آشفتگی‌هایی همچون انقراض گونه‌ها و نسل‌ها باشد. در زیست‌شناسی، سودمندی استحکام شبکه راهی در جهت مطالعه بیماری‌ها و جهش ژن‌ها است. در علم اقتصاد، اقتصاد مقاومتی می‌تواند درک ما را از تورم، مخاطرات سیستم‌های بانکداری و مانند آن افزایش دهد. در سامانه‌های ترابری، خرابیها در عملکرد آنها ممکن است اثرات جدی و اختلال در امر جابه‌جایی داشته باشند که بدین ترتیب اهمیت اندازه‌گیری استحکام را بیش از پیش می‌نماید. در علوم مهندسی نیز استحکام می‌تواند برای ارزیابی تاب‌آوری شبکه‌های زیرساخت مانند اینترنت و نیروگاه‌های برق^۶ مفید باشد. بدین سیاق، انگیزش اصلی بسیاری از مطالعات اختصاص یافته به طراحی شبکه‌های مستحکم ناشی از کاربردهایی حیاتی آن‌ها در شبکه‌های ارتباطی، نیروگاه‌ها، سیستم‌های حمل و نقل، شبکه‌های سنسور، شبکه‌های ترابری و امثال آن بوده است [۳]. با این همه، بسیاری از شبکه‌های دنیای واقعی نتیجه اختلاط فرآیندهای پیچیده و توسعه یافته‌ای هستند و هم از این‌روست که مطالعه و بهبود استحکام شبکه‌های موجود به یکی از زمینه‌های پژوهشی در خور توجه تبدیل شده است.

اخیراً شیوه‌ها و مکانیزم‌های گوناگون و متنوعی جهت افزایش و بهبود استحکام شبکه با اصلاح توپولوژی آن پیشنهاد شده است. برای نمونه، افزودن یا حذف یال‌ها [۴] سیم‌بندی مجدد یال‌ها [۵-۷] و مانند آن. در مقاله حاضر، ما به کمک الگوریتم تکاملی یال‌هایی از گراف را گزینش و سپس سیم‌بندی می‌کنیم که تعویض و جابه‌جایی آن‌ها بتواند بیشترین تأثیر را در افزایش معیار پیشنهادی انرژی طیفی گراف (تعریف ۷ بخش ۳) به دنبال داشته باشد. بدین ترتیب، با رویکرد فوق نشان خواهیم داد که می‌توان به شبکه‌ای با بیشینه استحکام دست پیدا کرد.

مقاله حاضر در ۹ بخش ساماندهی شده است. مطالب پیش‌زمینه درباره انواع مدل‌های مختلف شبکه در بخش ۲ و تعاریف و مقدمات مورد نیاز برای درک بهتر در بخش ۳ بیان گردیده‌اند. در بخش ۴ کارهای مرتبط و ادبیات تحقیق و در بخش ۵ انگیزش و سهم پژوهشی ما در این مقاله ارائه گردیده است. بخش ۶ به ارائه مکانیزم سیم‌بندی پیشنهادی اختصاص دارد و در بخش ۷ تحلیلی از استحکام شبکه همراه با انواع مدل‌های اشکال و استراتژی‌های حمله و نیز معیارهای ارزیابی استحکام که در سراسر این مقاله مورد استفاده قرار گرفته بیان شده است. نتایج عددی و شرح جزئیات شبیه‌سازی در بخش ۸ آورده شده و سرانجام در واپسین بخش، یعنی بخش ۹، نتیجه‌گیری‌ها همراه با پیشنهادهایی در جهت استمرار کار فعلی در قالب کارهای آتی ارائه شده است.

۲- پیش‌زمینه

شبکه‌های پیچیده را می‌توان به‌عنوان اسکلت ساختاری برای سیستم‌های اجتماعی، اقتصادی، زیستی، بوشناسی و فناورانه در نظر گرفت [۸]. علی‌رغم طبیعت متفاوت سیستم‌هایی که توسط این شبکه‌ها نمایش داده می‌شوند، آن‌ها چندین ویژگی توپولوژیکی جهانی همچون دنیای کوچک بودن^۷، آزادی از مقیاس، وجود موتیف‌های شبکه و خاصیت‌های خودمتشابهی را به اشتراک می‌گذارند.

طی سالیان اخیر بخش عمده‌ای از توجه پژوهشگران به خاصیت‌های آزاد از مقیاس و دنیای کوچک بودن در شبکه‌های واقعی معطوف شده است که این ویژگی‌ها در تضاد با نظم رویت شده در مدل‌های شبکه‌های تصادفی است. در ریاضیات، گراف تصادفی^۸ اصطلاح عامی است که به توزیع احتمال بر روی گراف‌ها اشاره دارد. یعنی گراف‌های تصادفی را می‌توان به‌آسانی با یک توزیع احتمال یا یک فرآیند تصادفی مدل کرد. گراف‌های تصادفی با شروع از مجموعه مجزایی از n گره

L عبارت از $\Delta = A$ است که Δ ماتریس قطری $(\delta_i = D_{ii})$ درجه بوده و به صورت زیر قابل تعریف است:

$$L_{ij} = \begin{cases} \delta_i & i = j \\ -1 & (i, j) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

L یک ماتریس متقارن و نیمه معین مثبت است که جمع سطرهای آن برابر صفر بوده و در نتیجه مقادیر ویژه L حقیقی و مثبت هستند و کوچکترین آنها برابر صفر است. مقادیر ویژه L را می توان از کوچک به بزرگ مرتب ساخت $(0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_n)$. برخی از مهم ترین معیارهای استحکام مستخرج از مقادیر ویژه ماتریس L عبارتند از اتصال پذیری جبری، تعداد درختهای فراگیر و مقاومت مؤثر گراف.

تعریف ۶ [۱۷]: دومین کوچکترین مقدار ویژه ماتریس لاپلاسیان گراف (یعنی λ_2) را اتصال پذیری جبری می نامند.

اگر و فقط اگر گراف ناهمبند باشد، در این صورت $\lambda_2 = 0$ خواهد بود و هنگامی که تمامی گره ها متصل باشند معادل با کل تعداد رئوس گراف است؛ به بیان دیگر طبق قضیه فیدلر [۱۸] اتصال پذیری جبری هر گراف ناکامل از اتصال پذیری رأسی و یالی آن بزرگ تر نخواهد بود. بدین سیاق باور بر این است که معیار اتصال جبری بیانگر اتصال پذیری گراف است و مقادیر بزرگ تر این معیار معادل با استحکام بیشتر گراف خواهد بود. به بیان دیگر تکه تکه شدن گراف کمتر و تلاش جهت ناهمبند ساختن آن (گسست و تجزیه گراف به مؤلفه های همبند کوچک تر) با افزایش این معیار دشوارتر خواهد شد. با این همه، این معیار معایبی نیز دارد که در بخش ۳ بدان اشاره شده است.

تعریف ۷ [۱۹]: اگر $G(V, E)$ یک گراف ساده (فاقد طوقه و یال چندتایی) با n رأس و m یال باشد، انرژی گراف G که با $E(G)$ نشان داده می شود برابر است با مجموع قدرمطلق های مقادیر ویژه آن:

$$E = E(G) = \sum_{i=1}^n \mu_i \quad (3)$$

مفهوم انرژی یک گراف نخستین بار توسط ایوان گوتمن [۱۹] ارائه شد و تعریف فوق مربوط به کل انرژی π -الکترون است که یک ترکیب خطی از E را به دست می دهد و به ساختار اسکلت اتم کربن بازمی گردد. بعدها گوتمن نشان داد که صرف نظر از واکنش های شیمیایی، معیار انرژی را می توان برای تمامی گراف ها مورد استفاده قرار داد. در بخش ۸ (شبیه سازی و نتایج عددی) نشان خواهیم داد که معیار انرژی شبکه با مقدار استحکام آن همبستگی قوی و مناسبی دارد و به همین دلیل در این مقاله از این معیار برای ارزیابی استحکام و تاب آوری شبکه های تحت آزمون بهره جسته ایم.

حملات مبتنی بر معیارهای مرکزیت معمولاً در زمره استراتژی های شناخته شده تحت بررسی شخص حمله کننده هستند و این معیارهای عمدتاً سعی در تبیین اهمیت هر مؤلفه در شبکه را دارند.

تعریف ۸ [۲۰]: مرکزیت درجه عبارت است از نسبت تعداد یال های واقعی گره u به ماکزیمم تعداد یال های ممکن مرتبط با این گره. این معیار بیانگر توانایی هر گره در برقراری ارتباط مستقیم با سایر گره ها است. بدین ترتیب هر قدر این معیار بیشتر باشد اهمیت گره مزبور بیشتر خواهد بود.

تعریف ۹ [۲۰]: مرکزیت بینیت^{۱۱} گره v_i برابر با مجموع تعداد مسیرهای ژئودزیک بین گره های s و t و گذرنده از v_i تقسیم بر تعداد مسیرهای ژئودزیک واقع بین s

مجموعه گره ها $I = \{1, 2, \dots, n\}$ است و $E = \{e_{ij} = (v_i, v_j) : i, j \in I\} \subseteq V \times V$ مجموعه یال ها نام دارد. $A = (a_{ij})_{n \times n}$ نیز ماتریس مجاورت شبکه نام دارد طوری که a_{ij} به شکل زیر تعریف می شود:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (v_i, v_j) \in E \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

هر مسیر بین دو گره $(u, v) \in G$ یک دنباله بدون دور از یال های $\langle u, \dots, v \rangle$ است که با آغاز از گره u و رسیدن به گره v قابل پیمایش است. چون یال ها بدون وزن فرض می شوند، فاصله بین u و v برابر با تعداد یال هایی است که در طول مسیر ارتباطی بین u و v قرار دارد. بین هر زوج از گره ها مسیرهای متعددی ممکن است وجود داشته باشد، لیکن در این زمینه مهم ترین و جالب ترین آن ها مسیر ژئودزیک نام دارد که عبارت از کوچکترین تعداد یال های واقع مابین u و v است.

تعریف ۱ (خروج از مرکز یک رأس): [۱۶]: ماکزیمم فاصله ژئودزیک بین یک رأس و همگی دیگر رئوس را خروج از مرکز رأس می نامند.

تعریف ۲ (شعاع گراف همبند): [۱۶]: مینیمم خروج از مرکز از تمامی رئوس را به عنوان شعاع گراف در نظر می گیریم. یعنی مینیمم بین تمام ماکزیمم فواصل بین یک رأس به تمامی رئوس دیگر.

تعریف ۳ (قطر): [۱۶]: ماکزیمم خروج از مرکز از تمامی رئوس را به عنوان قطر گراف تعریف می کنیم. به بیان دیگر، ماکزیمم تمامی فواصل بین یک رأس به تمامی رئوس دیگر.

حذف رأسی مانند $v \in V$ از گراف G را به عنوان خرابی احملة فرض می کنیم. در نتیجه زیرگراف باقیمانده به صورت $G(V \setminus \{v\})$ خواهد شد که دلالت بر این دارد که در هنگام خرابی احملة، هر یال متصل به v نیز از گراف حذف خواهد شد. به محض حذف هر رأس، گراف ممکن است به تعدادی مؤلفه همبند تجزیه گردد که سایر آنها یعنی تعداد گره های واقع در هر یک از این مؤلفه های همبند می تواند مورد توجه باشد و حتی ممکن است بین گره های واقع در مؤلفه های مختلف هیچ مسیر ارتباطی وجود نداشته باشد.

تعریف ۴ [۱۶]: یک شبکه را در صورتی همبند گویند که حداقل یک مسیر بین هر دو مؤلفه همبند آن وجود داشته باشد؛ در غیر این صورت آن را ناهمبند می نامند.

امروزه بخش مهمی از نظریه جبری گراف به بررسی و مطالعه طیف ماتریس مجاورت گراف (که طیف گراف نیز نام دارد) اختصاص یافته است. منظور از طیف گراف ماتریس هایی است که به شکل یکتایی ساختار گراف را نمایش می دهند. برای مثال طیف ماتریس مجاورت، ماتریس لاپلاسیان و ماتریس فاصله از این دست به شمار می روند.

تعریف ۵ [۱۷]: فرض کنید G گرافی با رئوس v_1, \dots, v_n باشد. اگر برای بردار n -بعدی ناصفر C_i و یک مقدار μ_i تساوی $AC_i = \mu_i C_i$ برقرار باشد، در این صورت C_i بردار ویژه ماتریس A و نظیر مقدار ویژه μ_i نامیده می شود.

گراف ها را می توان به شکل مستقل و یا به کمک ماتریس های مرتبط با آنها مطالعه کرد. یکی از این ماتریس ها ماتریس لاپلاسیان گراف است. ماتریس لاپلاسیان

پیاواریه در قیاس با سایر توپولوژی‌ها در برابر حملات مخرب مقاومت و استحکام بیشتری دارد. این شبکه به‌گونه‌ای است که هسته آن متشکل از گره‌هایی با درجه زیاد (کاملاً متصل) است و سایر گره‌ها همراه با کاهش درجه به شکل سلسله مراتبی در پیرامون آن با قرار دارند. در این شبکه ضریب هم‌تیبی افزایش

می‌یابد و حسن آن در این است که - برخلاف شبکه‌های معمولی - حتی حملات مغرضانه به هاب‌هایی با درجه بالا، سبب از هم گسیختگی و آشفستگی در عملکرد آن نخواهد شد.

در [۲۷] نیز همان مؤلفان راهکار مشابهی را عرضه داشته و در سیم‌بندی پیشنهادی سعی در حفظ عامل هزینه یعنی تعداد پیوندها و نیز اندازه شبکه داشته‌اند. البته به سایر پارامترهای مهم از جمله طول سیم یا قطر شبکه نیز توجه مبذول شده و محدودیت‌هایی برای سیم‌بندی صحیح اعمال شده است.

در [۲۸] مؤلفان راهبرد ساده‌ای را موسوم به سیم‌بندی هوشمند^{۱۶} ارائه کرده‌اند. در روش آن‌ها، لایه‌هایی از گره‌های هم‌درجه نسج و شکل می‌گیرد و یک ساختار قوی پیمانه‌ای پدیدار می‌شود که با ساختار پیاواریه مشابه است. ادعا شده که مدل سیم‌بندی هوشمند است و در راستای تکامل شبکه قرار دارد و تابع نکاشت آن نیز همبستگی بیشتری نسبت به حالت تصادفی دارد و به مدل پیاواریه تبدیل می‌شود. نتیجه کار مؤلفین بر روی یک شبکه حمل‌ونقل هوایی آزمون و ادعا شده که بهبودی معادل ۳۰٪ در کل استحکام شبکه در مقابل حدوداً ۹٪ جابه‌جایی و تعویض یال‌ها حاصل می‌گردد.

در [۲۸] که ایده آن نیز از کار اشنايدر [۲۷] اقتباس شده، از روش تپه نوردی برای بهینه‌سازی استحکام استفاده شده است. می‌توان از الگوریتم k-shell [۲۹] نیز استفاده کرد و نشان داد که تحت سیم‌بندی پیشنهادی تعداد k-shell‌ها افزایش می‌یابد. مقاله [۳۰] هاب‌های پُر درجه را پیدا کرده و سیم‌بندی می‌کند. مقاله [۳۱] نیز در راستای تکمیل و ادامه کار [۲۷] است. در این مقاله بیان شده که شبکه‌هایی با توزیع درجه آریب و شکاف‌های طیفی (یعنی وجود فاصله و شکاف معنادار بین دو مقدار ویژه ماتریس مجاور) نوعاً دارای ساختارهای پیاواریه هستند.

در [۳۰] به مکانیزم سیم‌بندی به شیوه‌ای جالبی نگریسته شده است؛ یعنی سیم‌بندی از سوی گره‌ای که تصادفاً انتخاب شده یا از جانب همسایه این گره تصادفاً انتخاب شده مورد بررسی قرار گرفته و با کمک معادلات دیفرانسیل عادی (ODE) توزیع درجه در حالت ایستاد به‌دست آمده است. نکته بدیع در این کار این است که نشان داده شده انجام سیم‌بندی از طرف همسایه‌ها با انجام فرایند سیم‌بندی از سوی گره تصادفاً انتخاب شده به نتایج متفاوتی منجر خواهد گشت و مولد قوانین قدرت متفاوتی خواهد بود. حتی به‌کارگیری سیم‌بندی در مدل BA نیز ممکن است الزاماً به قانون قدرت منجر نگردد. از این‌رو در این پژوهش به آن عنوان قانون قدرت تعمیم یافته اطلاق شده است.

رویکرد دوم سیم‌بندی اما آن نوع نگرش و نگاهی است که به شیوهٔ تکامل شبکه‌ها توجه دارد. در چندین مقاله پژوهشگران مکانیزم سیم‌بندی را به‌عنوان راهکاری جهت تبیین مدل رشد و تکامل شبکه‌ها مورد توجه قرار داده‌اند [۳۲-۳۹]. چنین نگاهی به سیم‌بندی غالباً در جایی کاربرد دارد که اندازه شبکه و تعداد گره‌ها ثابت است و افزایش نمی‌یابد (مانند شبکه مغز، شبکه دوستی^{۱۷} شبکه‌های زیستی و تکاملی). برای نمونه، توپولوژی مغز پویا است اما تعداد نرون‌ها در آن افزایشی نمی‌یابد با این حال ارتباطات بین نرون‌ها دائماً در حال تغییر است و هر قدر که نرون‌ها اتصالات بیشتری داشته باشند مجموع جریان‌های شیمیایی به آن‌ها بیشتر خواهد بود. بدین ترتیب معمولاً اطلاعات و عملکرد در این قبیل شبکه‌ها تغییر می‌یابد و بازتاب پدیدایی این تغییر در ارتباطات بیوشیمی است و از این‌رو چنین پدیده‌ای را می‌توان به معنای سیم‌بندی تعبیر کرد.

و t/s است. مرکزیت بینیت هر گره در واقع بیانگر تعداد مسیرهای ژئودزیک گذرنده از آن گره است و نقش واسطه‌گری و ظرفیت بار آن گره را در بین سایر گره‌ها نشان می‌دهد. هر قدر این معیار بیشتر گردد، تأثیر و اهمیت و نقش کنترلی آن گره در شبکه فروتر خواهد شد.

تعریف ۱۰ [۲۰]: مرکزیت نزدیکی گره v_i به‌صورت وارون طول کل مسیرهای ژئودزیک/از گره v_i به‌تمامی دیگر گره‌ها در شبکه سنجیده می‌شود. این معیار بیانگر موقعیت برتر و مکان ممتاز این گره نسبت به سایر گره‌های شبکه است و هر قدر که بیشتر باشد، بدین معنی است که گره v_i مرکزی‌تر و در نتیجه دارای اهمیت بیشتری است. لازم به ذکر است که برای برآورد معیار مرکزیت نزدیکی پژوهشگران روش‌های متعددی را پیشنهاد داده‌اند که از این میان ما از معیار پیشنهادی فریمن [۲۱] بهره برده‌ایم.

بدیهی است که در مطالب سراسر مقاله فرض شده که شبکه‌ها را با گراف‌ها نمایش می‌دهیم و به همین دلیل این دو واژه را به‌جای هم و مترادف با یکدیگر به کار برده‌ایم. در ضمن، ترمینولوژی استاندارد درباره این موضوعات را می‌توان در کارهای پایه و کلاسیکی مانند بولاباش^{۱۲} [۲۲] و دیتزل^{۱۳} [۲۳] پیدا کرد.

۴- کارهای مرتبط

تحلیل و مدل‌سازی در درک و فهم اصول حاکم بر مکانیزم‌ها و سازمان سیستم‌های مختلف مشارکت دارند. انگیزش ما در این بخش دانستن این نکته است که آیا می‌توان یک استراتژی ساده و کارآمد را در مؤلفه‌های شبکه به کار بست تا شبکه کماکان قادر به حفظ وضعیت کاری خویش باشد طوریکه با حذف پیوسته گره‌ها از آن توسط حمله‌کننده شبکه بتواند به نحو مؤثری به عملکرد خویش حتی در حضور مؤلفه‌های معیوب استمرار بخشد. این قبیل استراتژی‌هایی معمولاً محلی‌اند؛ بدین معنی که تنها از میزان اطلاعات ناچیزی بدون توجه به اندازه شبکه استفاده می‌کنند. یکی از استراتژی‌های دفاعی جهت افزایش استحکام در شبکه‌های تحت حمله، الگوریتمی است که توسط گره آسیب‌دیده اجرا می‌شود یعنی گره مزبور تصمیم می‌گیرد اکنون که گره همسایه‌اش مورد حمله قرار گرفته و از دست‌رفته است، می‌خواهد به کدام گره از شبکه متصل گردد. اطلاعات گره درباره ساختار شبکه به‌عنوان بخشی از این الگوریتم ملاحظه می‌گردد. به چنین استراتژی‌هایی معمولاً مکانیزم سیم‌بندی گفته می‌شود؛ زیرا گره‌های آسیب‌دیده، اتصال خویش را از گره مورد حمله حذف کرده و با یک احتمال به گره مناسب دیگری متصل می‌کنند. در حقیقت، گره‌های آسیب‌دیده با ایجاد و برقراری یال‌های جدید سعی در واکنش در برابر حملات را دارند. رویکرد مزبور را می‌توان جزو مدل‌های زمان گسسته به شمار آورد زیرا گام‌های زمانی شبیه‌سازی به‌وسیله حملات (یک حمله در هر گام زمانی) تعریف می‌شوند.

مسئله سیم‌بندی ریشه در رفتار جمعی و ارتباطات و تعاملات گروهی عوامل مستقل در یک جامعه متناهی دارد و تکنیک‌های فیزیک آماری که گازها و مغناطیس‌ها را توجیه می‌کنند می‌توانند به حل این قبیل مسائل کمک کنند. به مقوله سیم‌بندی عمدتاً به دو صورت نگاه می‌شود. یک نگرش - که رویکرد ما در این مقاله نیز در همین مقوله قرار می‌گیرد - به سیم‌بندی به‌عنوان روشی جهت بهبود تاب‌آوری و افزایش استحکام شبکه نگاه می‌کند. برای نمونه، در شبکه اپیدمی که جمعیت ثابتی دارد گره‌های آغازین یا در معرض بیماری نمی‌خواهند با گره‌های بیمار ارتباطی داشته باشند. بدین سیاق شبکهٔ اپیدمی را می‌توان نمونه‌ای از سازوکارهای روش سیم‌بندی به شمار آورد. در ادبیات تحقیق مقالات متعددی با این نگاه به سیم‌بندی به پژوهش برخاسته‌اند [۲۴-۳۹].

در [۲۵] به سیم‌بندی به‌عنوان یک مسئله بهینه‌سازی نگاه و تلاش شده که با حداقل هزینه در جابه‌جایی و تعویض سیم‌ها^{۱۴} میزان استحکام شبکه را افزایش دهد. شبکه حاصل را مؤلفین به دلیل شباهت ظاهری، پیاواریه^{۱۵} نام نهاده‌اند. شبکه

سیم‌بندی کرده و سپس با اولویت‌دهی به عوامل و علل مختلف تصمیم‌گیری را انجام می‌دهد. اصولاً گراف‌های دوبخشی در سیستم‌های پیچیده مزایای چندی دارند. اندازه شبکه و تعداد یال‌ها ثابت است (عدم رشد) و پرسش اصلی این بوده که به کارگیری مکانیزم سیم‌بندی در گراف دوبخشی در درازمدت به چه توزیع درجه‌ای منتهی خواهد شد؟ در اینجا، فرآیند سیم‌بندی از سوی عامل‌ها صورت می‌گیرد و انتخاب به شکل تصادفی است ولی انتخاب خود عامل‌ها با روش اتصال ترجیحی خطی (LPA) صورت می‌پذیرد. می‌دانیم که با حذف شرط رشد از مدل BA بایستی رو به سیم‌بندی بیابوریم و اتصال ترجیحی به‌تنهایی کافی نیست و مفهوم تصادفی بودن در اینجا به معنای تلاش و رقابت برای اختیار کردن یال است و در درازمدت چنین پدیده‌ای می‌تواند به تولید توزیع درجه با رژیم قدرت منجر گردد. بدین ترتیب برای تولید رفتار دم‌دراز در شبکه بایستی مفهوم اتصال ترجیحی را با یک مفهوم دیگر همراه ساخت. در حقیقت، گام رشد که شرط مهمی در مدل BA مطرح شده در شبکه‌هایی که ثابت و فاقد رشد هستند جای خود را به یک پدیده تصادفی مانند سیم‌بندی داده است.

نکته جالب این است که برخی پژوهشگران مسئله سیم‌بندی را به‌مانند مسئله تقسیم گلوله و ظرف^{۲۲} و یا قرارگیری الکترون‌ها در سطوح انرژی ملاحظه کرده و به فرآیند سیم‌بندی به‌مثابه نظریه تجدید^{۲۳} نگاه کرده‌اند [۳۵-۳۹]. سیم‌بندی در اینجا روشی برای انتخاب ظرف (گروه یا سطح انرژی) و سپس انتخاب گلوله (یال یا الکترون) و انتقال آن به ظرفی دیگر (سیم‌بندی) برای رسیدن به یک تعادل گرمایی یا سطح انرژی مطلوب است. مسئله انتقال یا گذار مصنوعات بشری فرهنگی^{۲۴} مانند تغییر نام‌ها از نامی به نام دیگر در طی زمان با فرض ثابت ماندن تعداد نام‌ها (اندازه و جمعیت توزیع نام‌ها ثابت است)، حفظ یا تغییر نام خانوادگی به دلایل ازدواج و غیره، زاد و ولد سگ‌ها^{۲۵}، تکامل ژن‌ها (سیم‌بندی معادل با جهش تکاملی) و مانند آن همگی از مواردی هستند که می‌توان آن‌ها را در زمره مسائل سیم‌بندی تجزیه و تحلیل کرد. بدین ترتیب همان‌طور که اشاره کردیم در تمامی این موارد سیم‌بندی را می‌توان به‌نوعی به‌عنوان چیدمان تعدادی شیء مجزا و مستقل در تعدادی ظرف یا مکان تشبیه کرد. البته لازم به یادآوری است که اصل لانه کبوتر در اینجا برقرار نیست (ممکن است برخی ظرف‌ها خالی باشند (گروه‌ایزوله)) لیکن روش‌های مختلف چیدمان دارای اهمیت است و می‌تواند به تکنیک‌های مختلف سیم‌بندی منجر گردد. گویی داریم یال‌ها را بین گروه‌ها توزیع می‌کنیم و چنانچه این توزیع یکنواخت باشد به معنی آن است که شانس به‌دست‌آوردن یال‌ها مساوی و برابر است و در حقیقت همان مدل ER را داریم و دیگر دارای توزیع دم‌دراز نیستیم.

در [۲۹] سیدنی و همکاران از معیار اتصال‌پذیری جبری در یافتن جایی که یال افزودنی بتواند به افزایش اتصال‌پذیری جبری کمک شایانی کند استفاده کرده و سپس سیم‌بندی گراف را به‌منظور افزایش استحکام مورد استفاده قرار داده‌اند. هدف آن‌ها یافتن نواحی‌ای از شبکه جهت سیم‌بندی است که سیم‌بندی یال‌های آن افزایش بیشینه در اتصال‌پذیری جبری شبکه را به دنبال داشته باشد. در روش سیم‌بندی دو موضوع می‌تواند مورد توجه باشد: (۱) افزودن یک یال و حذف یال دیگر یا (۲) حذف یک یال و افزودن یالی دیگر؛ یعنی اینکه کدام یال را حذف کنیم تا سبب کاهش اتصال‌پذیری جبری شود و اینکه در کجا افزودن یال سبب افزایش اتصال‌پذیری جبری خواهد شد. مورد دوم را ونگ و میغم [۴] گزارش کرده‌اند، لیکن [۲۹] تنها به مورد اول پرداخته است.

در [۲۹] از معیاری موسوم به α استفاده شده که به‌صورت دترمینان اختلاف i امین المان بردار ویژه متناظر با λ_2 و j امین المان بردار ویژه متناظر با λ_2 تعریف می‌شود. به‌عبارت‌دیگر آلفا برابر با قدرمطلق اختلاف i امین و j امین عضو از بردار ویژه مربوط به اتصال جبری است و به شکل صوری زیر قابل بیان است [۲۹]

$$\alpha = \left| u_i^{(2)}(G) - u_j^{(2)}(G) \right| \quad (۴)$$

در [۳۸] تکامل پویای شبکه‌ها با سیم‌بندی ترجیحی غیرخطی یال‌ها انجام شده، ضمن این‌که اندازه شبکه یعنی تعداد یال‌ها و رئوس ثابت فرض شده و نشان داده شده است که شبکه در حالت ایستادن تحت چه رژیمی عمل می‌کند.

مقاله [۳۹] مکانیزم بسیار ساده‌ای را پیشنهاد کرده بدین صورت که یک یال را به شکل تصادفی حذف و یال دیگری را به طور تصادفی اضافه کرده طوری که بر اساس حمله به یال پارامتر استحکام در قیاس با حالت قبل افزایش پیدا کند. این مؤلفان از روش تیرید^{۱۸} استفاده کرده‌اند و البته می‌توان از سایر روش‌های بهینه‌سازی بهتر و سودمندتری نیز بهره جست. بدین ترتیب در این کار مفروضات سیم‌بندی دگرگون شده، ضمن این‌که معیار استحکام برای یال‌ها و نه گره‌ها تعریف شده و حملات تصادفی و هدفمند به عوض گره‌ها بر روی یال‌ها انجام شده است. مضافاً شرط ثابت ماندن درجه گره‌ها در سیم‌بندی نیز لحاظ شده است.

در [۳۹] یک مکانیزم سیم‌بندی بر اساس قدرت ترجیحی پیشنهاد گردیده است. بدین ترتیب که در هر گام زمانی یک یال را از شبکه تصادفاً انتخاب کرده و آن را سیم‌بندی می‌کند. فرآیند سیم‌بندی تک یالی بوده و بدین صورت است که در ابتدا انتهای یک تک یال به‌عنوان طرف ثابت انتخاب و با رأس N1 برچسب می‌خورد درحالی‌که برچسب N2 به رأس طرف دیگر زده می‌شود. در ادامه یک رأس تصادفی از شبکه (به غیر از N1 و N2) برطبق مکانیزم قدرت ترجیحی انتخاب و با برچسب N3 مشخص می‌گردد. سپس تک یال انتخابی بین رئوس N1 و N2 منفصل شده و یک تک یال بین N1 و N3 برقرار می‌گردد. چگالی اتصال^{۱۹} برابر با p فرض شده و در حالت بحرانی $p=pc$ شبکه به حالت تصادفی درآمده و در حالت پایدار به رژیم SF تبدیل می‌شود. عامل رشد در این جا دخالتی ندارد اما اتصال ترجیحی و چگالی اتصال مناسب می‌توانند شبکه‌هایی با رژیم SF را تولید کنند. در این مقاله گزارش شده که در برخی از شبکه‌های خلوت^{۲۰} و نیز شبکه‌های شلوغ رفتاری شبیه به SF را داریم؛ یعنی چگالی اتصال و مقیاس‌بندی شبکه نقش و ارتباط تنگاتنگی را ایفا می‌کنند.

شبکه‌های بدون رشد و با اندازه ثابت اما با به‌کار بستن سیم‌بندی می‌توانند دارای توزیع قدرت در گره‌ها باشند و از این‌رو در رده مدل SF محسوب شوند.

در شبکه‌های مقیاس-آزاد دسته‌ای وجود دارند که از مدل رشد BA تبعیت می‌کنند و گره‌ها در طی زمان دائماً افزایش می‌یابند؛ اما دسته مقابل آنهاپی هستند که اندازه ثابتی دارند (مانند مدل WS). در [۴۲] روش سیم‌بندی پیشنهادی بدین صورت است که در هر گام زمانی یک یال تصادفاً از شبکه حذف می‌شود و هم‌زمان یک گره با احتمالی برابر با احتمال اتصال ترجیحی انتخاب می‌شود و فرض بر این است که تعداد کل یال‌ها در طی فرآیند سیم‌بندی ثابت باقی بماند. فرآیند سیم‌بندی پیشنهادی آن‌قدر تکرار می‌شود تا شبکه به حالت تعادل برسد. با به‌کار بستن روش سیم‌بندی پیشنهادی است که مؤلفین مقاله نتیجه‌گیری کرده‌اند که فرآیند سیم‌بندی در شبکه‌هایی با اندازه ثابت می‌تواند در دیداری‌سازی^{۲۱} مدل SF نقش ایفا کند.

در [۳۸] به تولید گراف‌های دوبخشی (مانند شبکه همکاری مجموعه پژوهشگران با مجموعه مقالات یا مجموعه مدیران هیئت‌مدیره) و شرکت‌ها و یا مجموعه بازیگران و فیلم‌ها و مانند آن) همراه با اعمال فرآیند سیم‌بندی ترجیحی و بدون رشد پرداخته شده و اثر توابع برازش را در مدل رشد و سیم‌بندی این قبیل شبکه‌ها مورد بررسی قرار داده است. پارامتر برازش از یک توزیع احتمال اختیار می‌گردد که بیانگر رقابت عامل‌ها بر سر اختیار کردن یال است. گرچه می‌توان از توابع برازش مختلفی استفاده کرد، در این کار فرض شده که پارامتر برازش در طی زمان تغییر نکرده و ثابت باقی می‌ماند.

در توزیع به‌دست‌آوردن یال، توابع برازش مختلفی تأثیر گذارند و نیز می‌توانند در نحوه پاسخگویی رفتار انسان در اولویت‌بخشی به مسائل و تصمیم‌گیری‌های او اثرگذار باشند. در واقع، گویی مغز آدمی دائماً بین مسائل مختلف

بدین ترتیب، گام‌های الگوریتم سیم‌بندی پیشنهادی سیدنی به صورت زیر است:
 (۱) یالی را اضافه کنید که α بیشترین گردد؛ (۲) یالی را حذف کنید که α کمترین گردد و برعکس.

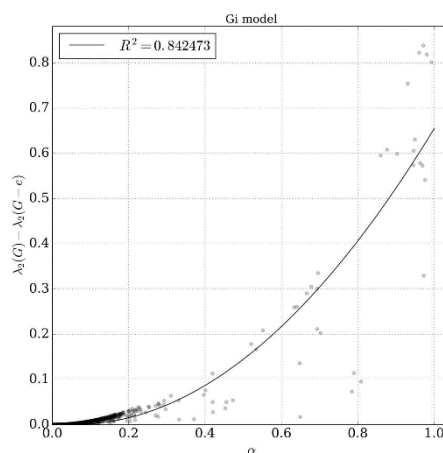
همچنین بایستی توجه داشت که حذف یال نایستی به منجر به ناهمبندی گراف گردد. نمودارهای شکل ۱ ارتباط پارامتر α را با کاهش اتصال‌پذیری جبری یعنی اختلاف بین اتصال‌پذیری گراف اصلی با اتصال‌پذیری گراف حاصل پس از حذف یال نشان می‌دهند. در حقیقت این نمودارها نشان می‌دهند که هر قدر α بیشتر باشد، میزان کاهش اتصال‌پذیری جبری بیشتر است که این رفتار برای سه مدل BA، WS و Gi در شکل ۱ نشان داده شده است.

۵- انگیزش و سهم پژوهشی کار حاضر

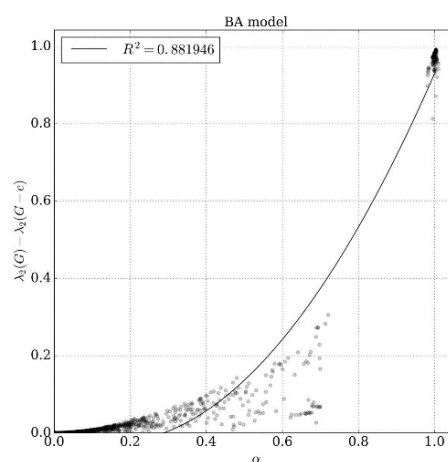
همان‌طور که گفتار پایانی بخش پیش اشاره کردیم، سیدنی و همکاران [۲۹] یک روش سیم‌بندی را بر مبنای ویژگی طیفی گراف (اتصال‌پذیری جبری) پیشنهاد کرده‌اند که در آن سیم‌بندی به شکل یک فرایند دو مرحله‌ای ملاحظه و پیاده‌سازی شده است. (۱) یالی که بایستی به گراف افزوده شود و (۲) یالی که لازم است از گراف حذف گردد. مضافاً، در کار آنها با استفاده از متد سیم‌بندی مشخص می‌شود که در امر فرآیند سیم‌بندی کدام یال‌ها لازم است مشارکت داشته باشند. درحقیقت روش سیم‌بندی آن‌ها تعداد راه‌های گزینش یال‌های مناسب جهت انجام سیم‌بندی را نشان می‌دهد. بدین سیاق، با رویکرد پیشنهادی آن‌ها می‌توان دریافت که کدام یال‌ها در شبکه موردنظر می‌توانند از منظر استحکام اهمیت بیشتری داشته باشند. رویکرد این مؤلفین از این جنبه ارزشمند است که چنین نگاهی به فرایند سیم‌بندی در ادبیات مربوط توسط پژوهشگران تاکنون دیده نشده است.

در این مقاله ما نیز در پی آنیم تا یال‌های مناسب از منظر استحکام را گزینش کنیم. به عبارت دیگر، یال‌هایی در گراف را پیدا کنیم که وجود آن‌ها به حفظ استحکام گراف کمک شایانی می‌کند. بر این اساس، روش پیشنهادی [۲۹] را به عنوان یک کار پایه در امر مستحکم‌سازی گراف‌های تحت آزمون در نظر گرفتیم. با این حال، لازم به ذکر است که رویکرد [۲۹] برای امر سیم‌بندی در زمره الگوریتم‌های حریصانه قرار می‌گیرد. یعنی در هر مرحله از فرایند سیم‌بندی، یال‌هایی جهت سیم‌بندی انتخاب می‌شوند که قادر باشند معیار استحکام را ماکزیمال کنند. باین‌همه، در جریان سیم‌بندی ممکن است راه‌حل‌های میانی که برای رسیدن به پاسخ بهینه در نظر گرفته می‌شوند الزاماً راه‌حل مناسبی نباشند. بدین سیاق، رویکرد پیشنهادی ما با در نظر گرفتن این موضوع سعی در ماکزیم‌سازی استحکام کلی گراف دارد. درحقیقت، یال‌هایی که در افزایش میزان استحکام شبکه تأثیر کمتری برجای می‌گذارند در کار [۲۹] جزو جواب‌های بالقوه در نظر گرفته نمی‌شوند اما این یال‌ها هرچند با تأثیری اندک اما به هر حال می‌توانند در حد توان خویش سبب استحکام شبکه گردند و لذا شایسته است تا به عنوان بخشی از راه‌حل مسأله در نظر گرفته شوند. بدین ترتیب ما با در نظر گرفتن این موضوع سعی داشته‌ایم تأثیر تمامی یال‌ها را چه زیاد و چه اندک در بهبود استحکام شبکه در نظر بگیریم و در مقایسه با [۲۹] جواب‌های کاملتری و در نتیجه بهبود استحکام بیشتری را به کمک الگوریتم تکاملی فراهم سازیم. بدین ترتیب مشارکت ما در این مقاله ارائه یک روش مناسب سیم‌بندی به کمک الگوریتم تکاملی با هدف بهینه‌سازی معیار انرژی گراف بوده و نشان داده می‌شود که به کمک آن به شبکه‌ای با استحکام بیشتر دست خواهیم یافت.

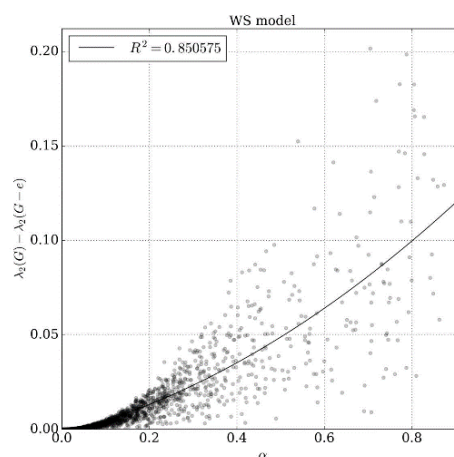
نکته مهمی دیگری نیز که بایستی در اینجا بدان اشاره کنیم مشکلات ذاتی است که ریشه در استفاده از اتصال‌پذیری جبری دارد. اتصال‌پذیری جبری معیاری است که فقط به توپولوژی وابسته است و در ضمن یک معیاری غیرنرمال به شمار



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۱- کاهش اتصال‌پذیری جبری گراف برحسب پارامتر α . در تمامی مدل‌ها تعداد گره‌ها برابر ۴۰۰ فرض شده و در هر مرحله یالی با کمترین مقدار α حذف شده است. هر یک از نقاط نمودار حاصل از ۱۰۰ بار تکرار آزمایش است. ضریب درمیان R برای چندجمله‌ای درجه ۲ برای تک تک مدل‌های شبکه در هر نمودار به نمایش درآمده است.

تولیدمثل نیز با استفاده از روش صلیب^{۲۷} انجام می‌شود. بدین صورت که هر دو والدی که برای تولیدمثل انتخاب می‌شوند، عضوی از خود را به فرزند می‌دهند. انتخاب اینکه کدام عضو را کدام والد به فرزند بدهد توسط آرایه‌ای مشخص می‌شود که متشکل از صفرها و یک‌ها است. هر عضو از آرایه که عنصر یک دارد بدین معنی است که از والد اول انتخاب انجام می‌شود و اگر عضو صفر داشته باشد یعنی عضو موردنظر از والد دوم به فرزند داده می‌شود. برای فرزند دوم نیز این روال به شکل وارونه‌ای اتفاق می‌افتد. بدین ترتیب جمعیت جدید شکل می‌گیرد. این روال به قدری تکرار می‌شود که جمعیت‌های تولیدی نسبت به والدین خویش بهبودی نداشته باشند. الگوریتم تکاملی مزایا و معایبی دارد. مانند اینکه بسیار کارآمد است و هنگامی که راجع به مسأله موردنظر ایده‌های نداریم الگوریتم تکاملی راه‌حل خوبی محسوب می‌شود. لیکن، پارامترهای آن به سختی قابل تنظیم است و این تنظیم پارامترها تأثیر بسیار زیادی در خروجی مسأله دارد. مضافاً اینکه تضمینی وجود ندارد که خروجی مسأله همیشه خوب و مناسب باشد.

۶-۱- مکانیزم سیم‌بندی مجدد

در این بخش، یک الگوریتم سیم‌بندی مجدد برای بهینه‌سازی معیار انرژی گراف معرفی می‌کنیم و با کمک الگوریتم تکاملی سعی می‌کنیم تا مجموعه یال‌هایی را پیدا کنیم که بایستی به گراف اضافه و از آن حذف شوند. این امر منجر به گرافی خواهد شد که انرژی بهتری را در قیاس با گراف اولیه دارد. سپس با توجه به میزان درصدی که می‌خواهیم گراف را سیم‌بندی کنیم، طول رشته جمعیت را مشخص می‌کنیم. طول جمعیت موردنظر برابر $2m$ یال است که بایستی به گراف اضافه و از گراف حذف شوند. شکل ۲ روال کار را به تصویر کشیده است.

الگوریتم تکاملی سیم‌بندی مجدد پیشنهادی	
•	مقداردهی اولیه
-	n تعداد جمعیت اولیه و m تعداد دفعات سیم‌بندی مجدد است
-	هر ماتریس $n \times m$ شامل یک حالت ممکن از m یالی است که بایستی به گراف اضافه شوند
-	هر ماتریس $n \times m$ شامل یک حالت ممکن از m یالی است که بایستی از گراف حذف شوند
-	ماتریس P از ادغام ماتریس‌های A و R پدید می‌آید که با هم تشکیل جمعیت می‌دهند
•	یادگیری
-	تکرار
*	به هر سطر ماتریس P با توجه به معیار انرژی رتبه‌ای داده می‌شود.
*	هر سطر ماتریس P با توجه به مقدار انرژی که دارد می‌تواند برای تولید نسل بعدی انتخاب شود. در اینجا از انتخاب هرس شده برای روال انتخاب استفاده می‌شود
-	تکرار
*	هر دو سطری که از ماتریس A انتخاب می‌شوند دو فرزند جدید را به صورت یکنواخت تولیدمثل می‌کنند:
o	آرایه‌ای با طول m متشکل از صفر و یک‌ها به صورت تصادفی انتخاب می‌شود
o	درایه ۱ در این آرایه نشان دهنده انتخاب از والد اول و درایه صفر بیانگر انتخاب از والد دوم است
o	برای فرزند دوم روال معکوس انجام می‌گیرد
*	رویه فوق یکبار برای ماتریس R نیز به‌طور مشابه انجام می‌شود
-	تا هنگامی که n رشته برای جمعیت جدید تولید گردد
*	فرزندان در ماتریس‌های A و R قرار می‌گیرند تا جمعیت جدید شکل گیرد
-	تا هنگامی که در میانگین انرژی جمعیت‌ها بهبودی حاصل نگردد
-	بهترین سطر در آخرین تکرار انتخاب می‌شود این سطر در واقع مشخص می‌کند که چه یال‌هایی بایستی اضافه و حذف شوند تا گراف تحت آزمون بیشترین انرژی و در نتیجه بالاترین استحکام را از میان راه‌حل‌های موجود داشته باشد

شکل ۲- الگوریتم تکاملی پیشنهادی برای سیم‌بندی مجدد یال‌های گراف

می‌رود. به نظر می‌آید بیشتر بودن این معیار دلیلی بر استحکام بیشتر شبکه است اما برخی پژوهشگران با ارائه شواهد و دلایل و مثال‌هایی نشان داده‌اند که برخی گراف‌ها علی‌رغم اتصال‌پذیری جبری بیشتر از میزان استحکام کمتری برخوردارند. برای نمونه، گراف ستاره شبکه‌ای است که با افزودن یک یال در $n-2$ مقدار ویژه لاپلاسیان آن هیچ تغییری پدید نمی‌آید. به همین دلیل برخی پژوهشگران [۴۰ و ۴۱] استدلال کرده‌اند که در هنگام استفاده از مقادیر ویژه لاپلاسیان به‌منظور ارزیابی استحکام، بهتر است از تمامی آن‌ها و نه فقط از دومین کوچک‌ترین مقدار ویژه (اتصال‌پذیری جبری) استفاده کنیم.

در پایان این بخش لازم است اشاره کنیم که روش پیشنهادی ما در این مقاله علاوه بر افزایش استحکام قادر است اطلاعات دقیق‌تری درباره اهمیت یال‌ها از منظر استحکام و در نتیجه روشی برای رتبه‌بندی اهمیت یال‌ها در شبکه ارائه دهد.

۶- رویکرد پیشنهادی

در این بخش سعی داریم تا با استفاده از الگوریتم تکاملی راه‌حلی را برای مسئله سیم‌بندی ارائه دهیم. الگوریتم تکاملی یک مسئله جست‌وجو است که به دنبال یک عضو در فضای حالت می‌گردد. فضای حالت در اینجا با فرض اینکه m یال باید سیم‌بندی مجدد شود $\frac{L}{m} \frac{L'}{m}$ عضو دارد که L تعداد یال‌های گراف موردنظر و L' تعداد یال‌هایی است که در گراف موردنظر وجود ندارد. بنابراین، مسئله مزبور دارای پیچیدگی بالایی است. برای مثال، چنانچه گرافی را با ۱۰ گره و ۱۰ یال و تعداد یال سیم‌بندی برابر ۳ را در نظر بگیریم، تعداد عضوهای فضای حالت برابر با ۷۸۵۴۰۰ خواهد شد. این مسئله برحسب تعداد یال‌های گراف از مرتبه پیچیدگی نمایی است. برای مسائلی با پیچیدگی بالا، استفاده از الگوریتم تکاملی یکی از بهترین الگوریتم‌های برای جست و جو است و الگوریتم تکاملی در واقع به شبیه‌سازی ساده شده‌ای از تکامل می‌پردازد. اگر تکامل را به‌عنوان یک مسأله جست‌وجو در نظر بگیریم، موجودات برای پیروزی در رقابت سعی دارند تا خصوصیات بهتری را نسبت به حالت قبل پیدا کنند. قانون تکامل شامل موارد زیر است:

- جمعیت: شامل کروموزوم‌هایی است که حاوی ژن‌ها هستند
- تابع برازش: به هر جمعیت متناسب با خوب بودنش مقداری را نسبت می‌دهد
- انتخاب برای بقا و تداوم نسل: جمعیت‌هایی را انتخاب می‌کند که برازش بهتری داشته باشند
- تولیدمثل توسط افراد انتخاب شده: افرادی متولد می‌شوند که برازشی حداقل به اندازه والد خود داشته باشند

الگوریتم تکاملی فرآیند تکاملی را مدل می‌کند که این امر سبب تکامل می‌شود. الگوریتم تکاملی فرآیند زاد و ولد را به‌خوبی مدل می‌کند. فرزندان اطلاعاتی از والدین خود می‌گیرند و هر والد شامل مجموعه‌ای از ژن‌ها است. در فرآیند زاد و ولد، هر ژن فرزند شامل یک کروموزوم از هر والد است.

برای نگاشت این فرآیند جهت حل مسئله، هر راه‌حل را به‌صورت یک کروموزوم ارائه می‌کنیم که با استفاده از تابع برازش موردنظر میزان خوب بودن راه‌حل مشخص می‌شود. برای مثال در مسئله سیم‌بندی، هر راه‌حل برابر m یالی است که بایستی به گراف اضافه شوند و نیز m یالی است که بایستی از گراف حذف شوند. تابع برازش نیز می‌تواند یکی از معیارهای استحکام باشد که میزان خوب بودن راه‌حل را مشخص می‌کند. تعدادی راه‌حل به شکل تصادفی تولید شده و با استفاده از تابع برازش، بهترین راه‌حل‌ها برای تولید راه‌حل‌های جدید انتخاب می‌شود. روال‌های انتخاب متفاوتی نیز وجود دارد که ما از انتخاب هرس شده^{۲۶} استفاده می‌کنیم. در این نوع انتخاب، کسر f از بهترین راه‌حل‌ها انتخاب می‌شود که f معمولاً برابر با 0.5 فرض می‌گردد.

۷- تحلیل استحکام شبکه

بسیاری از سیستم‌هایی که ما آن‌ها را به‌عنوان یک سیستم پیچیده ادراک می‌کنیم در واقع درجه‌ای از تحمل‌پذیری اشکال را از خویش به نمایش می‌گذارند. تحمل‌پذیری اشکال قابلیت‌ی در شبکه و سیستم است که اجازه می‌دهد سیستم حتی در حضور خرابی مؤلفه‌ها قادر به استمرار در عملکرد خویش باشد. این امر یک پیامد کلیدی برای ارزیابی و تحلیل هر شبکه‌ای، به‌ویژه شبکه‌های دنیای واقعی، به شمار می‌رود. در هنگام وقوع خرابی، گره‌ها یا پیوندهای ارتباطی بر اساس یک توزیع احتمال تصادفاً دچار خرابی شده و از شبکه حذف می‌شوند. لیکن، دسته دوم حملاتی هدفمند هستند که به نحو سازمان‌یافته‌ای به مؤلفه‌ها حمله می‌کنند. در این حالت، مؤلفه‌هایی که بیشترین اهمیت (برای مثال مرکزیت‌های درجه، بینیت، نزدیکی و مانند آن) را در بین سایرین دارند، اول از همه مورد حمله خرابکارانه قرار می‌گیرند. بدین ترتیب، چنین حمله‌ای نیازمند آن است که از قبل اطلاعاتی را درباره ساختار شبکه داشته باشیم و در چنین حمله‌ای عامل حمله‌کننده با آگاهی، قصد و عمد قبلی سعی در وارد ساختن آسیب و خسارت به شبکه را دارد.

۷-۳- معیارهای تحلیل استحکام شبکه

استحکام هر شبکه معمولاً بر اساس تحمل‌پذیری اشکال و آسیب‌پذیری آن در برابر خرابی‌های تصادفی و حملات هدفمند و سیستماتیک صورت می‌پذیرد. پژوهش‌های بسیاری برای تعیین طراحی شبکه‌ای با استحکام بهینه انجام شده است. برنامه‌های کاربردی کامپیوتری بر شبکه‌ها و زیرساخت‌های ارتباطی اتکا دارند و در جنبه‌های گوناگونی از زندگی ما حیاتی‌اند. تأمین‌کنندگان مراقبت از سلامت و دریافت-کنندگان آن بیش‌ازپیش به کاربردهای شبکه‌ای شده کامپیوتری وابسته هستند. در سال ۲۰۱۴ تخمین زده شد که آموزش الکترونیکی، دولت الکترونیکی و تجارت برخط و مجموعاً تمامی اموری که بر مبنای تجارت و بازرگانی با مصرف‌کننده^{۴۹} (B2C) مرتبط هستند رقمی بالغ بر ۱/۵ بیلیون دلار را به خود اختصاص داده‌اند که این میزان در سال‌های بعد نیز کماکان رشدی تصاعدی داشته است [۴۴].

سرویس‌های در دسترس عموم که مبتنی بر شبکه هستند استعداد زیادی در آسیب در برابر حملات سیستماتیک دارند. علاوه بر این، حوادث طبیعی مانند زلزله-ها، توفان‌ها، سونامی‌ها و سایر فجایع سبب خرابی‌های از نوع گره و یال می‌شوند که نه‌تنها کاربران محلی را تحت‌الشعاع قرار می‌دهند بلکه همچنین مشخصاً بر کاربران دوردست نیز اثرگذار هستند. بدین ترتیب از آنجاکه شبکه‌های کامپیوتری و زیرساخت‌های ارتباطی مستعد فجایع ناشی از حملات سیستماتیک هستند و فجایع طبیعی نیز می‌توانند آشفتگی در عملکرد و سرویس‌های طبیعی را سبب شوند، از این‌رو ساخت شبکه‌ای با تاب‌آوری و استحکام بالا بخش مهم و بایسته‌ای از طراحی آن سیستم در آغاز و نیز در روند تکامل و توسعه آن به شمار می‌رود.

در ادبیات ارزیابی استحکام شبکه‌های پیچیده و اجتماعی چندین مطالعه و پژوهش با امر تبیین استحکام گراف در برابر خرابی‌های تصادفی و حملات هدفمند مباردت ورزیده‌اند [۴۲-۵۰]. در این بخش ما ابتدا به‌اختصار برخی از مهم‌ترین این معیارها را معرفی می‌کنیم و سپس در بخش ۸، یعنی نتایج شبیه‌سازی، نشان می‌دهیم که چگونه می‌توان از تفسیر این معیارها برای ارزیابی استحکام و میزان آسیب‌پذیری بهره جست.

واریانس معیارهای مرکزیت را به این دلیل مورد استفاده قرار داده‌ایم که می‌تواند برای تبیین تعادل و بالانس مرکزیت هر گراف مفروض مورد استفاده قرار بگیرد. این معیارها در حقیقت به‌عنوان توابع هدف به‌منظور بهبود استحکام گراف در هنگام افزودن و حذف تعدادی یال در یک گراف مفروض در هنگام انجام فرایند سیم‌بندی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در بخش ۸ خواهیم دید که گراف‌های بهبود یافته با داشتن ویژگی بالانس در مرکزیت خود در قیاس با گراف‌های اصلی دارای استحکام بیشتری در برابر حملات سیستماتیک مبتنی بر مرکزیت هستند.

اتصال‌پذیری جبری توسط چندین پژوهشگر مورد بررسی قرار گرفته و نشان داده شده است که می‌تواند در هنگام تحلیل آسیب‌پذیری شبکه اطلاعات سودمند و دقیقی را عرضه کند. کوچک‌ترین دومین مقدار ویژه ماتریس لاپلاسیان (λ_2) اتصال‌پذیری جبری نام دارد [۴۸] و اگر صفر باشد گراف ناهمبند است و وقتی همه گره‌ها متصل باشند معادل با تعداد کل رئوس گراف خواهد شد؛ بدین سیاق بیشتر بودن این معیار معادل با استحکام بیشتر گراف است.

۷-۱- مدل‌های اشکال

در اثر خرابی‌ها یا حملات سیستماتیک، مؤلفه‌های شبکه (گره/یال‌ها) ممکن است از شبکه حذف و در نتیجه ویژگی‌های محلی یا سراسری شبکه و نیز عملکرد صحیح مؤلفه‌های سالم آن را دستخوش تغییر سازند. در شبکه، دو مدل اشکال شامل خرابی در یال‌ها و گره‌های شبکه ممکن است اتفاق بیفتد. هنگام وقوع خرابی در گره، تمامی یال‌های متصل بدان گره نیز خراب شده و به‌صورت اشکال دار (معیوب) برچسب زده می‌شوند. اشکالات نه‌تنها ممکن است توان عملیاتی و محاسباتی شبکه را کاهش دهند، بلکه همچنین ممکن است ساختار و توپولوژی شبکه را دستخوش تغییر سازند و به ناهمبندی^{۴۸} آن منجر شوند.

بدین ترتیب، اشکالات و حملات در شبکه می‌تواند کارایی آن را کاهش دهند که این موضوع با توجه به حذف انتخابی گره‌ها یا یال‌ها در شبکه صورت می‌پذیرد. در حالت کلی، این امر بیانگر معیاری از کاهش عملکرد شبکه تحت خرابی یا حمله بدخواهانه و هدفمند می‌باشد. اهمیت بررسی‌ها در آسیب‌پذیری شبکه در برابر اشکالات و حملات از آن‌روست که بتوانیم راهکارها و راهبردهایی را اتخاذ کنیم تا شبکه را در برابر این قبیل حملات و اشکالات مورد محافظت قرار دهیم.

۷-۲- راهبردهای حملات به شبکه

برای مطالعه آسیب‌پذیری شبکه‌ها تحت انواع حملات سیستماتیک، انتخاب رویه‌ای که بر اساس آن مؤلفه‌ها مورد حمله واقع می‌شوند از درجه اهمیت به سزایی برخوردار است. هر حمله به شبکه (یعنی حذف مؤلفه‌ای از آن) ممکن است سطوح مختلفی از آسیب را در ساختار و به‌تبع آن در عملکرد شبکه ایجاد کند. در این مقاله ما آسیب‌پذیری وارده به شبکه را از نوع حملات سیستماتیک و از نوع مؤلفه گره در نظر گرفته‌ایم و حملات بر اساس معیارهای مرکزیت گره یعنی بینیت، نزدیکی و درجه بوده است. بدین ترتیب ما سه نوع مدل حمله را تدارک دیده‌ایم که در آن هر گره با بیشترین مرکزیت را از شبکه حذف کرده‌ایم. نکته مهمی که بایستی در اینجا بدان توجه کرد این است که یک نوع از استراتژی‌های حمله در شبکه‌ها می‌تواند این باشد که مؤلفه‌ها (در اینجا گره‌ها) را به ترتیب نزولی اهمیت در شبکه اولیه مرتب سازیم و سپس با شروع از بالای لیست، گره‌هایی با بیشترین اولویت را ابتدا حذف کرده و رویه حذف را از بالا به پایین یک به یک (موازی) انجام دهیم. چنین راهبرد حمله‌ای را موازی یا همروندی می‌گویند. هر اندازه که گره‌های بیشتری از شبکه حذف شوند، توپولوژی شبکه نیز تغییر یافته و سبب می‌شود که توزیع کمیتی که بر اساس آن حمله انجام می‌شود در مقایسه با کمیت مشابه در شبکه اولیه انحراف پیدا کند.

نیز معایب و مزایای احتمالی هریک و مهم‌تر از همه دانستن کلاسی از گراف‌ها که این معیارها قابلیت اعمال مطمئن‌تری به آن دارند خود می‌تواند یک کار پژوهشی جدا و ارزشمند تلقی گردد که به‌عنوان یکی از کارهای آتی پیشنهادی قابل انجام است.

به هر رو، در گزارش حاضر حدوداً یازده معیار مهم استحکام محاسبه، بررسی و مقایسه شده است و تلاش بر این بوده تا ناسازگاری موجود مابین تفسیر برخی از این معیارها روشن گردد و در حقیقت سعی شده تا به سه پرسش اساسی زیرین پاسخی درخور داده شود:

۱- معنای دقیق هر یک از این معیارها چیست؟

۲- فرمول‌بندی هر معیار چگونه است؟

۳- چگونه بایستی نتایج و برآمدهای هر معیار را به‌روشنی تفسیر و تعبیر کرد؟

همچنین لازم است توجه داشته باشیم که اغلب معیارهای مورد بررسی توپولوژیکی‌اند و به شکل و ساختار شبکه وابستگی تام دارند و از این‌رو به معنای پس‌زمینه یا شبکه، ارتباطی ندارند.

با توجه به موارد فوق، ما معیار پیشنهادی استحکام جریان را که در [۵۰] معرفی و استفاده شده است برای کار خویش مناسب یافتیم. استحکام جریان هر گراف عبارت از یک معیار گراف است که نسبت تعداد جریان‌های قابل اعتماد را به تعداد کل جریان‌های موجود در شبکه اندازه‌گیری می‌کند [۵۰]. هر جریان در صورتی قابل اعتماد است که حداقل یکی از مسیرهایش به دلیل خرابی یال یا گره، منفصل و پاره نگردد. با داشتن n گره، تعداد کل جریان‌ها برابر با ماکزیمم تعداد جریان‌ها یعنی $n(n-1)/2$ است. این معیار توانایی ارتباط گره‌های شبکه با یکدیگر را نشان می‌دهد. به طور خلاصه مفهوم استحکام جریان هر گراف برابر با تعداد مؤلفه‌های موجود در آن گراف به کل تعداد یال‌های ارتباطی در یک گراف کامل است و محدوده آن در بازه [0,1] قرار دارد. مقدار ۱ به معنای آن است که گراف متصل کامل است یعنی تمام گره‌ها قادر به ارتباط با یکدیگرند و صفر به معنای آن است که n گره ایزوله داریم یعنی هیچ زوج گره ارتباطی در کل شبکه یافت نمی‌شود؛ به‌عبارت‌دیگر یالی در گراف وجود ندارد. یک نکته مهم این است که سنجح استحکام جریان نمی‌تواند بین گراف‌های همبند تمایزی برقرار سازد. برای مثال، استحکام جریان برای هر دو شبکه توری کامل و ستاره یک است. بدین سیاق در [۵۱] مؤلفان سه معیار رفتاری استحکام را برای محاسبه مجموع استحکام‌های جریان هر شبکه مفروض در برابر حملات مبتنی بر مرکزیت پیشنهاد داده‌اند: (۱) SFRD؛ یعنی مجموع استحکام جریان در برابر حملات مبتنی بر درجه؛ (۲) SFRC؛ یعنی مجموع استحکام جریان در برابر حملات مبتنی بر نزدیکی و (۳) SFRB؛ یعنی مجموع استحکام جریان در برابر حملات مبتنی بر بینیت. هر یک از موارد فوق می‌تواند میزان تاب‌آوری شبکه را در برابر حمله مربوطه سنجش کند. در بخش بعدی، یعنی نتایج عددی حاصل از شبیه‌سازی، نشان خواهیم داد که این معیارها می‌توانند سازگاری مناسبی را در ارزیابی و تحلیل استحکام شبکه‌های مختلف ایفا کنند.

۸- نتایج تجربی

در این مقاله فرض شده که حملات و خرابی‌ها پی‌درپی اتفاق می‌افتند و تمامی بهینه‌سازی‌ها با توجه به این فرض انجام می‌شود. معیار انرژی گراف که برابر با مجموع قدرمطلق مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف است، معیاری است که قصد داریم به کمک آن نشان دهیم که استحکام شبکه صرف‌نظر از استراتژی حمله، به‌خوبی و روشنی قابل‌اندازه‌گیری است. بدین سیاق، ابتدا سعی می‌کنیم نشان دهیم که انرژی هر گراف معیار مناسبی برای تخمین استحکام آن در برابر حملات هدفمند است و سپس با استفاده از الگوریتم تکاملی یک روش سیم‌بندی مناسب را برای افزایش میزان استحکام شبکه ارائه خواهیم داد. به‌منظور نمایش توانمندی روش سیم‌بندی پیشنهادی، شبکه تحت آزمون را مورد حملات هدفمند مبتنی بر مرکزیت

معیار بعدی توزیع طیفی وزن‌دار^{۳۰} (WS) است که برای تحلیل توپولوژی اینترنت معرفی شده است [۴۵]. یک بررسی جهت مقایسه این معیار با سایر معیارهای استحکام در برابر خرابی‌های همبسته جغرافیایی انجام و نشان داده شده که این معیار برای ارزیابی یال‌ها و گره‌های آسیب‌پذیر همبسته جغرافیایی بهتر عمل می‌کند.

دیگر معیار طیفی، اتصال‌پذیری طبیعی است که توسط Wu [۴۶] معرفی شد. این معیار از شاخص معرفی شده توسط استرادا^{۳۱} [۴۷] الهام گرفته است و معنی فیزیکی ساده و روشنی دارد و می‌تواند افزونگی مسیرهای جایگزین را با تبیین شمار وزنی گام‌هایی از تمامی طول‌ها به دست آورد. نکته جالب آن است که می‌توان این معیار را برحسب انرژی آزاد هلمهولتز^{۳۲} برای یک شبکه مفروض محاسبه کرد. نشان داده شده که این معیار در قیاس با اتصال‌پذیری جبری می‌تواند به نحو دقیق‌تری تغییرات اتصال‌پذیری را رصد کند.

شکاف طیفی نیز دیگر معیار مستخرج از طیف گراف است و برابر با اختلاف بین بزرگ‌ترین دو مقدار ویژه ماتریس مجاورت گراف بوده و می‌تواند میزان استحکام شبکه را در برابر تغییرات توپولوژیکی اندازه‌گیری و تحلیل کند. بدین ترتیب، شکاف طیفی ناچیز بیانگر تعداد نقاط مفصلی^{۳۳} کمتر است [۴۸] که در هنگام وقوع خرابی یال/گره سبب افزایش شبکه می‌شوند. نقاط مزبور نقاطی هستند که حذف آنها همراه با حذف یال‌های متصل بدان‌ها موجب ناهمبندی و انفصال در گراف خواهد شد؛ بنابراین، یک شرط لازم برای اینکه شبکه بتواند بالنده^{۳۴} خوبی باشد آن است که مقدار این شکاف به‌قدر کافی بزرگ باشد.

معیار بعدی مورد استفاده مقاومت مؤثر گراف^{۳۵} است [۴۱]. اگر گراف را به شکل یک مدار الکتریکی نگاه کنیم می‌توان هر یال را متناظر با یک مقاومت یک اهمی در نظر گرفت. مقاومت مؤثر بین هر دو رأس شبکه (یا مقاومت کل گراف) با فرض برقراری یک ولتاژ بین دو سر آن‌ها قابل تعریف است و می‌توان با مجموعه‌ای از محاسبات سری یا موازی آن را محاسبه کرد. یکی از کاربردهای این معیار برآورد استحکام شبکه است و هر قدر تعداد مسیرهای جایگزین بیشتر می‌شود مقاومت شبکه کمتر و در نتیجه استحکام آن بیشتر خواهد شد.

تیزقدم و گارسیا [۴۹] معیار استحکامی موسوم به بحرانیته شبکه را پیشنهاد کرده‌اند که مبتنی بر بینیت گام زدن تصادفی است؛ یعنی بر طبق تعریف عبارت از تعداد ملاقات‌های گره‌ای مانند k است که در یک گام زدن تصادفی از رأس دلخواه i شروع شده و در رأس دلخواهی مانند j خاتمه می‌یابد. نشان داده شده که معیار بحرانیته شبکه نیز تابعی از مقادیر ویژه لاپلاسیان گراف است. همچنین نکته جالب توجه این است که در [۴۱] نشان داده شده که معیار بحرانیته شبکه معادل با دو برابر ساختن مقاومت مؤثر گراف است و از این‌رو هر قدر که اتصال‌پذیری جبری بیشتر شود بحرانیته و به‌تبع آن مقاومت مؤثر کاهش بیشتری یافته و در نتیجه شبکه مستحکم‌تر خواهد شد.

۷-۴- ارزیابی کارایی

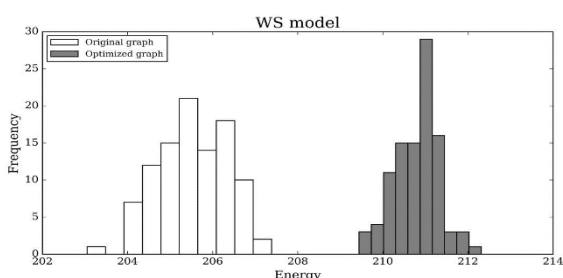
در بخش پیشین، به‌اختصار، پاره‌ای از مهم‌ترین معیارهای ارزیابی استحکام شبکه را بیان کردیم. در این بخش بنا داریم روشی را برای سنجش و ارزیابی استحکام شبکه بیان کنیم. اما پیش از ورود به بحث، مورد مهمی که بایسته است خاطر نشان سازیم این است که در این مقاله در پی ارائه یک گزارش تحقیقی جامع و کامل درباره انواع معیارهای استحکام شبکه و مقایسه توانمندی و کارآمدی آنها در برابر یکدیگر نیستیم. موضوع دسته‌بندی مناسب معیارها و یافتن همانندی و تشابه یا ناسازگاری میان آن‌ها خود یکی از جنبه‌های پژوهشی ارجح‌دار به شمار می‌رود؛ زیرا تعدد، تکرار و تنوع معیارها و بعضاً تناقض و ناسازگاری در تفسیر آن‌ها خود ممکن است موجبات سردرگمی هر پژوهشگری را در تبیین کارآمدی هر کدام از این معیارها به دنبال داشته باشد؛ لذا دسته‌بندی دقیق معیارها، یافتن شباهت‌ها و تفاوت‌ها میان آن‌ها و

استحکام گراف‌ها توسط معیار انرژی در گراف‌های تصادفی از سایر معیارها بیشتر است.

برای نمایش اینکه انجام سیم‌بندی پیشنهادی به کمک الگوریتم تکاملی تا چه حد می‌تواند به افزایش انرژی و در نتیجه بهبود استحکام بینجامد، هیستوگرام انرژی هر گراف را در حالت اولیه (بدون اعمال سیم‌بندی) با حالت نهایی (پس از اعمال سیم‌بندی) در شکل‌های ۴ تا ۶ به تصویر کشیده‌ایم. برای هر نمودار ابتدا تعدادی گراف را از هر مدل شبکه تولید کرده و سپس مقدار انرژی را برای این تعداد گراف به دست آورده و این روال را به تعداد ۱۰۰ بار تکرار کرده‌ایم؛ بنابراین نمودارهای مذکور نشان‌دهنده میزان افزایش انرژی پس از ۳۰٪ سیم‌بندی هستند. آشکارا دیده می‌شود که اولاً سیم‌بندی پیشنهادی موجب افزایش انرژی و به تبع آن تاب‌آوری شده است، درثانی هراندازه که هم‌پوشانی بین دو توزیع کمتر باشد (اختلاف بیشتر بین دو مقدار انرژی) بدین معنی است که فرایند سیم‌بندی به نحو کارآمدتری توانسته با به‌کارگیری در مدل مزبور به استحکام و تاب‌آوری بیشتری منجر گردد. از نمودارها واضح است که به‌کارگیری سیم‌بندی برای مدل BA بهتر از WS و آن نیز از مدل ژیلبرت بهتر شده است؛ به بیان دیگر، سیم‌بندی پیشنهادی توانایی قابلیت بیشتری را در بهبود استحکام مدل گراف BA از خویش به نمایش گذاشته است. این موضوع ریشه در آن دارد که گراف‌های ژیلبرت و واتس-استروگانس ذاتاً تاب‌آوری بیشتری از مدل باراباشی-آلبرت در برابر حملات سیستماتیک دارند و لذا به‌کارگیری سیم‌بندی در این مدل‌ها تأثیر کمتری در قیاس با مدل باراباشی-آلبرت از خود بر جای می‌گذارد.

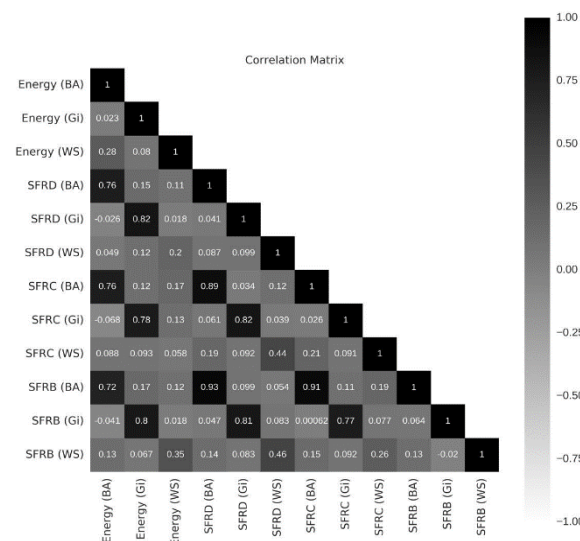
شکل ۷ توزیع فراوانی مقادیر اختلاف بین انرژی ماقبل و مابعد سیم‌بندی را با آزمون بر روی ۱۰۰ شبکه از سه مدل ژیلبرت، باراباشی-آلبرت و دنیای کوچک با ۱۰۰ گره و ۳۰۰ یال نشان می‌دهد. در اینجا نیز نرخ سیم‌بندی برابر با ۳۰٪ فرض شده است. این منحنی‌ها نشان می‌دهند که گراف‌های ژیلبرت و دنیای کوچک به دلیل کاهش اختلاف در انرژی در هنگام استفاده از متد سیم‌بندی تمایل بیشتری به بهره‌گیری از سیم‌بندی تا شبکه مدل BA دارند. دلیل واقع در پس این پدیده، علاوه بر مطالب مطروحه در پاراگراف قبل، می‌تواند به کاهش میزان چولگی و نزدیکی به توزیع نرمال در رفتار مدل BA باشد. زیرا گستردگی و پراکندگی اختلاف در انرژی در مدل BA بیشتر از دو مدل دیگر بوده و این به معنای بهبود در میزان انرژی ناشی از به‌کارگیری روش پیشنهادی سیم‌بندی در مدل BA بوده است.

به‌منظور انجام مقایسه عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله با روش [۲۹]، دو سناریوی مختلف را تدارک دیده‌ایم. در سناریوی اول منحنی‌های بهبود در افزایش اتصال‌پذیری جبری و همچنین انرژی را برحسب درصد سیم‌بندی در هر سه مدل Gi، BA و WS را ارزیابی کرده و آن‌ها را در شکل‌های ۸ و ۹ نمایش داده‌ایم. در سناریوی دوم میزان کاهش استحکام در سه مدل Gi، BA و WS را در برابر حمله مبتنی بر مرکزیت، یعنی درجه (SFRD)، نزدیکی (SFRC) و بینیت (SFRB) اندازه‌گیری کرده و نتایج حاصل از آن در شکل ۱۰ به تصویر کشیده‌ایم.



شکل ۴- مقایسه فراوانی مقادیر انرژی برای مدل دنیای کوچک قبل و پس از اعمال سیم‌بندی پیشنهادی؛ شبکه دارای ۱۰۰ گره بوده و نتایج شبیه‌سازی ۱۰۰ بار تکرار شده است.

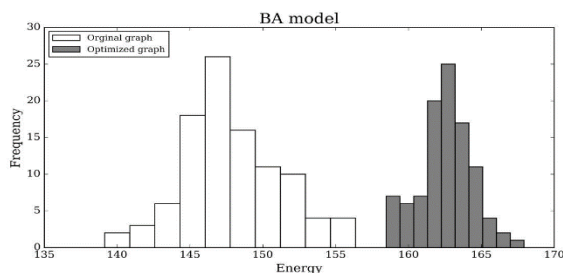
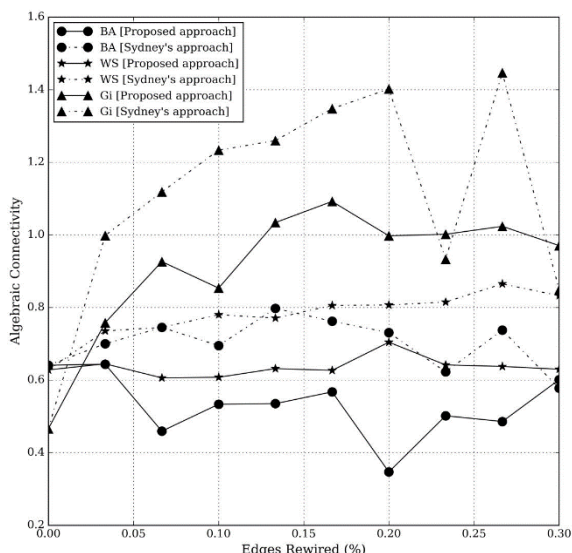
درجه، نزدیکی و بینیت قرار داده و سپس مجموع استحکام جریان را برای هر شبکه اندازه‌گیری می‌کنیم. هر قدر میزان مجموع استحکام جریان در برابر حمله مربوطه نرخ کاهشی کمتری داشته باشد، گراف موردنظر از میزان استحکام بالاتری برخوردار خواهد بود.



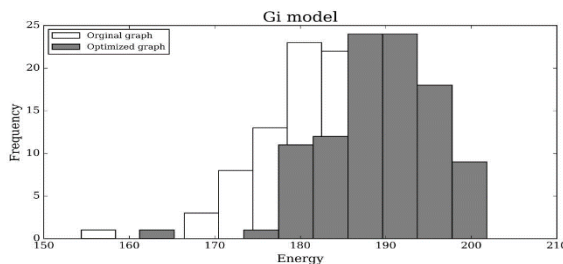
شکل ۳- ماتریس همبستگی اسپیرمن بین معیار انرژی و مجموع استحکام جریان مبتنی بر درجه (SFRD)، بینیت (SFRB) و نزدیکی (SFRC) در سه مدل شبکه ژیلبرت (Gi با احتمال اتصال ۰/۰۵)، باراباشی-آلبرت (BA) و دنیای کوچک (WS) با احتمال سیم‌بندی ۰/۱۶. برای تمام مدل‌ها تعداد گره‌ها برابر ۱۰۰ و نتایج حاصل از آزمون همبستگی ۱۰۰ بار تکرار انجام شده است.

در ادامه، ابتدا سه مدل ژیلبرت، باراباشی-آلبرت (BA) و دنیای کوچک (WS) را که هر کدام دارای ۱۰۰ گره هستند تولید کرده و میزان انرژی هر گراف را پس از ۱۰۰ بار تکرار برای هر گراف اندازه گرفته‌ایم. برای مدل ژیلبرت احتمال اتصال را برابر ۵٪ و در مدل BA هسته اولیه $m_0=3$ و نیز برای مدل دنیای کوچک درصد سیم‌بندی را برابر ۰/۱۶ فرض کرده‌ایم. علاوه بر این، به‌منظور ارزیابی و اندازه‌گیری آسیب‌پذیری هر گراف، حملات سیستماتیک مبتنی بر مرکزیت درجه، نزدیکی و بینیت را به هر گراف اعمال کرده‌ایم. با توجه به نوع حمله به مرکزیت موردنظر، در هر مرحله از حمله مقدار استحکام جریان اندازه‌گیری شده و مجموع این مقادیر محاسبه و برای هر یک از معیارهای مجموع استحکام منظور گردیده است. بدین ترتیب در انتهای این فاز شبیه‌سازی، دارای سه کمیت SFRD، SFRC و SFRB برای هر یک مدل‌های فوق خواهیم بود. به‌منظور نشان‌دادن صحت و مناسب بودن معیار پیشنهادی انرژی در برآورد میزان استحکام هر گراف در برابر سه نوع استراتژی حمله، لازم است از یک تابع غیرخطی همبستگی برای واریانس معیار انرژی و تعیین وابستگی معیار تاب‌آوری استفاده کنیم. از این‌رو، در این مقاله ما از ضریب رتبه‌بندی همبستگی اسپیرمن^{۳۶} استفاده کرده‌ایم که در آن مقدار ۱ به معنای همبستگی کامل و صفر به معنای همبستگی بسیار ناچیز و -1 به معنای همبستگی کامل اما در جهت وارونه است.

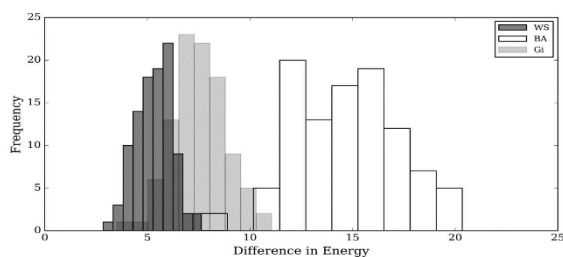
شکل ۳ همبستگی متقابل بین مجموع استحکام‌های جریان برحسب سنج‌های درجه، بینیت و مرکزیت را با انرژی گراف در سه مدل ژیلبرت، BA و WS به تصویر کشیده است. مقادیر بالای همبستگی نشان‌دهنده صحت و دقت معیار انرژی در پیش‌بینی میزان آسیب‌پذیری شبکه تحت هر یک از حملات سیستماتیک برحسب SFRD، SFRC و SFRB هستند. از بین گراف‌های به نمایش درآمده می‌بینیم که مدل ژیلبرت با احتمال اتصال کم (۰/۰۵) دارای بالاترین همبستگی و مدل دنیای کوچک دارای کمترین مقدار همبستگی با معیار انرژی تحت تمامی استراتژی‌های مختلف حمله است. بدین ترتیب دقت و صحت پیش‌بینی و ارزیابی



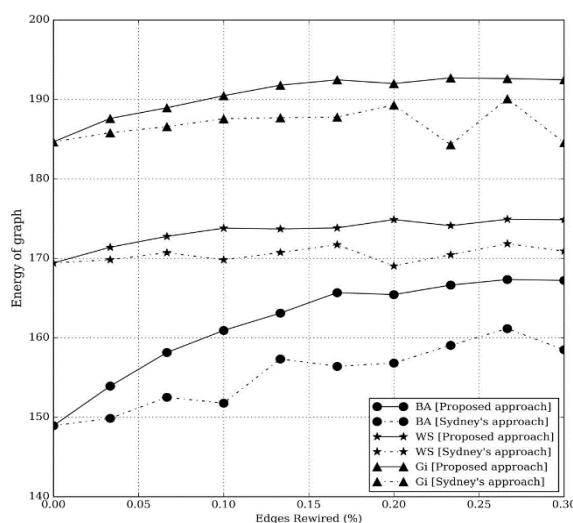
شکل ۵- مقایسه فراوانی مقادیر انرژی برای مدل باراباشی-آلبرت قبل و پس از اعمال سیم‌بندی پیشنهادی؛ شبکه دارای ۱۰۰ گره بوده و نتایج شبیه‌سازی ۱۰۰ بار تکرار شده است.



شکل ۶- مقایسه فراوانی مقادیر انرژی برای مدل تصادفی ژیلبرت (احتمال اتصال ۰/۰۵) قبل و پس از اعمال سیم‌بندی پیشنهادی؛ شبکه دارای ۱۰۰ گره بوده و نتایج شبیه‌سازی ۱۰۰ بار تکرار شده است.



شکل ۷- مقایسه توزیع فراوانی اختلاف انرژی (گراف بهینه منهای گراف اولیه) برای سه مدل تصادفی ژیلبرت، دنیای کوچک و باراباشی-آلبرت قبل و پس از اعمال سیم‌بندی پیشنهادی؛ هر شبکه ۱۰۰ گره دارد و نتایج شبیه‌سازی برای ۱۰۰ بار تکرار گردیده‌اند.



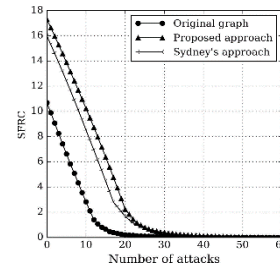
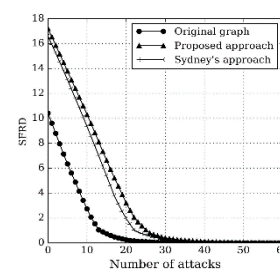
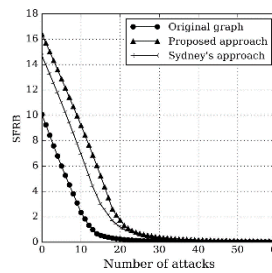
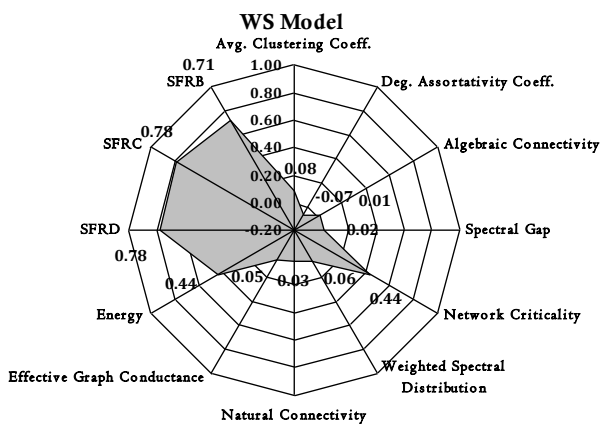
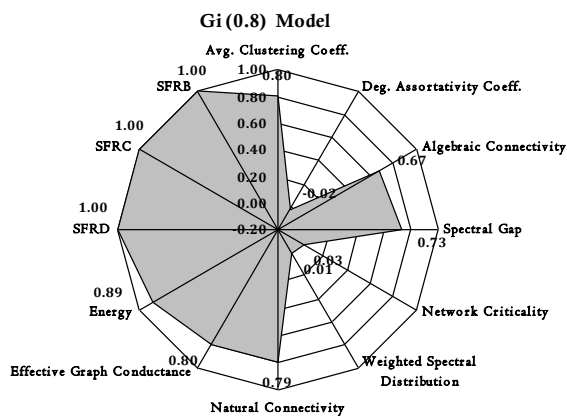
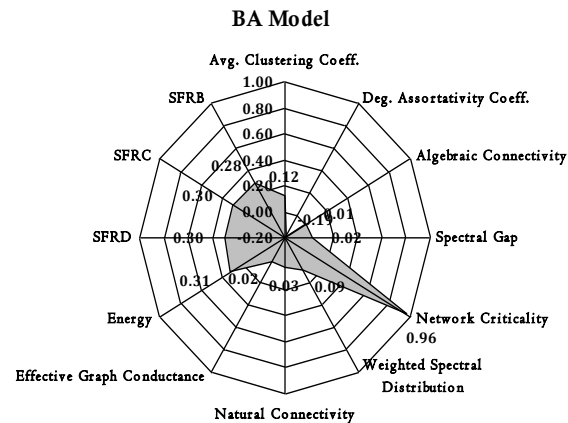
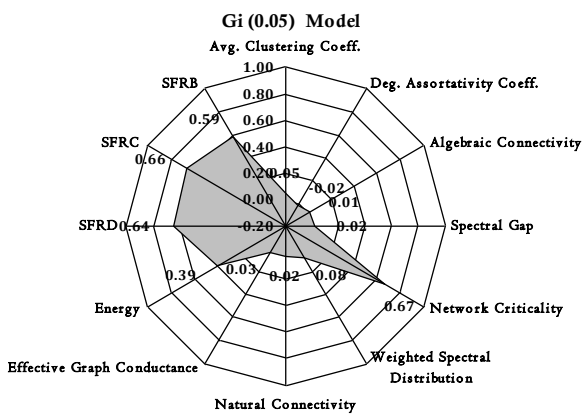
شکل ۸- مقایسه افزایش در مقادیر انرژی شبکه‌ها با اعمال رویکرد پیشنهادی مبتنی بر انرژی و روش پیشنهادی سیدنی [۲۹] برای سه مدل تصادفی ژیلبرت Gi (احتمال اتصال ۰/۰۵)، دنیای کوچک (WS) و باراباشی-آلبرت (BA) برحسب درصد سیم‌بندی یال‌ها؛ هر شبکه ۱۰۰ گره دارد و نتایج شبیه‌سازی برای ۱۰۰ بار تکرار گردیده‌اند.

شکل ۹- مقایسه افزایش در مقادیر اتصال‌پذیری جبری شبکه‌ها با اعمال رویکرد پیشنهادی مبتنی بر انرژی و روش پیشنهادی سیدنی [۲۹] برای سه مدل تصادفی ژیلبرت Gi (احتمال اتصال ۰/۰۵)، دنیای کوچک (WS) و باراباشی-آلبرت (BA) برحسب درصد سیم‌بندی یال‌ها؛ هر شبکه ۱۰۰ گره دارد و نتایج شبیه‌سازی برای ۱۰۰ بار تکرار گردیده‌اند.

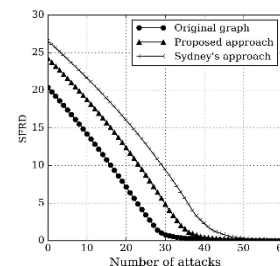
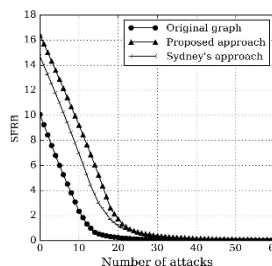
در هر دو سناریو، تعداد گره‌ها در تمامی گراف‌ها را برابر با ۱۰۰ در نظر گرفته‌ایم. مدل Gi با احتمال اتصال ۰/۰۵ و تعداد یال تولید شده، هسته اولیه در مدل BA برابر با ۱ در نظر گرفته شده و با تعداد ۱۹۶ یال تولید شده و سرانجام در مدل WS درصد سیم‌بندی برابر با ۳۰٪ فرض شده که به گراف با ۳۰۴ یال منجر شده است.

در نمودارهای شکل ۹ (سناریوی ۱)، محور افقی بیانگر درصد سیم‌بندی و محور عمودی بیانگر بهبود در افزایش اتصال‌پذیری جبری در هر سه مدل است. همان‌طور که از شکل پیداست، تا رسیدن به یک آستانه مشخصی شاهد بهبود در افزایش اتصال‌پذیری جبری هستیم. این نرخ رشد برای گراف‌های مدل Gi در مقایسه با سایر مدل‌ها عملکرد بهتری داشته که این پدیده ریشه در این واقعیت دارد که با داشتن گراف مفروضی با تعداد مشخصی رأس و یال، دامنه و اندازه افزایش مقادیر ویژه متناسب با تعداد یال‌های آن گراف خواهد بود؛ بنابراین، چون گراف Gi یال‌های بیشتری دارد تأثیر به‌کارگیری سیم‌بندی پیشنهادی [۲۹] در آن بارزتر است. اما پس از پشت سر گذاشتن این آستانه مشخص، دیگر شاهد رشد چندان محسوسی در افزایش اتصال‌پذیری جبری نخواهیم بود. همچنین از نمودارها آشکارا می‌بینیم که بهبود ناشی از افزایش اتصال‌پذیری جبری در روش پیشنهادی در این مقاله در تمامی مدل‌های شبکه در مقایسه با مکانیزم سیم‌بندی [۲۹] رشد و بهبود متمایز و شاخص‌تری داشته است.

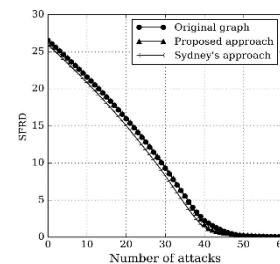
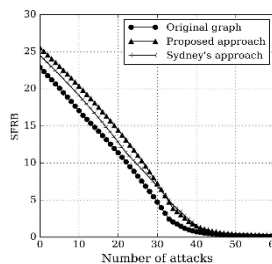
در تمامی نمودارهای سناریو ۲ (شکل ۱۰)، محور افقی بیانگر تعداد حملات سیستماتیک به شبکه است در حالیکه محور عمودی دلالت بر مجموع استحکام جریان‌ها در برابر حمله موردنظر دارد. برای داشتن مقایسه‌ای عادلانه، میزان استحکام را در گراف اصلی بدون اعمال هرگونه سیم‌بندی نیز اندازه‌گیری کرده‌ایم. آشکارا مشاهده می‌شود که با افزایش تعداد حملات در هر مدل، میزان استحکام کاهش پیدا می‌کند؛ لیکن روش پیشنهادی در این مقاله توانسته است در اکثر موارد کارایی بهتری را در برابر حملات هدفمند مبتنی بر معیارهای مرکزیت از خویش به نمایش بگذارد. در حقیقت، هراندازه که سرعت افت استحکام در روش به کار برده شده کمتر باشد، به‌کارگیری آن روش می‌تواند به بهبود تاب‌آوری بیشتری در گراف منجر گردد.



(الف) مدل بارباشی-آلبرت



(ب) مدل ژیلبرت



(ج) مدل دنیای کوچک (واتس-استروگاتس)

شکل ۱۱- مقادیر عددی معیارهای استحکام برای مدل‌های گراف تصادفی ژیلبرت (با احتمالات اتصال ۵٪ و ۸۰٪)، مدل بارباشی-آلبرت (BA) و دنیای کوچک (WS). تمامی گراف‌ها ۱۰۰ گره دارند و نتایج عددی با متوسط‌گیری بر روی نتایج حاصل از ۱۰۰ بار اجرا به نمایش درآمده است.

شکل ۱۰- مقایسه کارایی روش پیشنهادی در مقاله حاضر با رویکرد سیدنی [۲۹] با استفاده از کاهش میزان مجموع استحکام جریان برحسب تعداد حملات سیستماتیک در گراف اصلی (قبل از بهینه‌سازی) و همچنین رویکرد پیشنهادی و رویکرد سیدنی [۲۹] در سه مدل شبکه (الف) بارباشی-آلبرت (BA)، (ب) ژیلبرت تصادفی (Gi) و دنیای کوچک (WS). تعداد گره‌ها در هر سه مدل شبکه برابر با ۱۰۰ منظور شده است.

تفاوت چشمگیری بین مدل‌های BA و WS قایل نیست. همچنین نکته جالب توجه این است که ضریب خوشه‌بندی مدل BA را به‌استنباط در رتبه دوم استحکام، ارزیابی کرده است. با این حال معیارهای بحرانیت شبکه و هدایت مؤثر گراف توانسته‌اند به‌خوبی و با ارائه نتایج سازگار مدل‌های مختلف شبکه‌های تحت آزمون را از منظر استحکام رتبه‌بندی کنند. البته این موضوع قابل‌درک نیز هست، چرا که در [۴۱] نشان داده شده که آهنگ تغییرات بحرانیت شبکه متناسب با مقاومت مؤثر است. در مجموع، از نمودارها و نتایج مندرج در شکل ۱۱ استنتاج می‌گردد که معیار پیشنهادی انرژی می‌تواند به‌عنوان یک معیار مناسب، توانمند و سازگار جهت ارزیابی استحکام و تاب‌آوری مدل‌های مختلف شبکه مورد استفاده قرار بگیرد.

در پایان و برای رسیدن به یک جمع‌بندی از میزان استحکام مدل‌های مختلف شبکه، مقادیر همبستگی معیارهای مختلف استحکام با هریک از مقادیر مجموع استحکام جریان (یعنی SFRB، SFRC، SFRD) را برای هر سه مدل شبکه در جدول ۱ خلاصه و فهرست کرده‌ایم.

جدول ۱. مقادیر همبستگی معیارهای مختلف استحکام با مجموع استحکام‌های جریان

مقادیر همبستگی	SFRB			SFRC			SFRD		
	BA	GI (0.8)	GI (0.05)	BA	GI (0.8)	GI (0.05)	BA	GI (0.8)	GI (0.05)
درجه متوازن	-0.80	-0.05	0.13	-0.78	-0.08	0.07	-0.78	-0.08	0.07
نزدیکی متوازن	-0.48	-0.05	-0.26	-0.51	-0.05	-0.27	-0.51	-0.05	-0.27
بینیت متوازن گره	-0.58	-0.03	-0.65	-0.58	-0.10	-0.70	-0.58	-0.10	-0.70
بینیت متوازن لبه	-0.32	-0.06	-0.72	-0.36	-0.13	-0.71	-0.36	-0.13	-0.71
متوسط خوشه بندی	-0.57	-0.09	0.16	-0.56	0.09	0.18	-0.56	0.09	0.18
ضریب جورش	0.59	0.08	0.30	0.50	0.04	0.23	0.38	0.05	0.18
منوسط فاصله	0.77	0.10	-0.69	0.76	-0.11	-0.70	0.18	-0.05	-0.05
اتصال‌پذیری جبری	-0.18	0.11	0.53	-0.13	0.20	0.43	-0.13	0.20	0.43
شکاف طیفی	-0.43	-0.13	0.52	-0.49	0.08	0.54	-0.49	0.08	0.54
بحرانیت شبکه	-0.50	0.09	-0.76	-0.48	-0.11	-0.77	-0.48	-0.11	-0.77
توزیع طیفی وزندار	0.66	0.06	-0.68	0.59	-0.12	-0.70	0.59	-0.12	-0.70
هدایت پذیری طبیعی	-0.72	-0.09	0.62	-0.73	0.10	0.63	-0.73	0.10	0.63
هدایت مؤثر گراف	0.50	-0.09	0.76	0.48	-0.11	0.77	0.48	-0.11	0.77
انرژی	0.72	0.14	0.75	0.67	-0.08	0.79	0.67	-0.08	0.74
SFRD	0.91	0.17	0.78	0.84	0.67	1.00	0.84	0.67	1.00
SFRC	0.89	0.16	0.72	0.89	1.00	0.72	1.00	1.00	0.72
SFRB	1.00	1.00	1.00	0.89	0.16	0.72	0.89	0.16	0.72

با کمک مقادیر همبستگی انواع معیارهای استحکام با هر یک از سه معیار SFRB، SFRC و SFRD می‌توان سازگاری، صحت و دقت هر یک از معیارهای

باین‌همه، در مدل ژیلبرت (Gi) شاهدیم که روش پیشنهادی [۲۹] توانسته عملکرد بهتری را از خویش به نمایش بگذارد که دلیل این امر نیز از آن روست که در مدل Gi، اتصال‌پذیری جبری همبستگی بیشتری با مجموع استحکام‌های جریان در قیاس با همبستگی معیار انرژی با کمیت‌های مشابه دارد.

نکته دیگری که از این نمودارها پیداست این است که کاهش استحکام برای مدل BA در قیاس با دو مدل دیگر کمتر است و مدل WS نیز در مقایسه با مدل ژیلبرت کارایی ضعیف‌تری را از خویش به نمایش گذاشته است. این پدیده از آن روست که همبستگی معیار انرژی در مدل WS با هریک از مجموع‌های استحکام جریان در مقایسه با سایر مدل‌ها کمتر است و در نتیجه شاهد بهبود کم‌رنگ‌تری در بهینگی استحکام و تاب‌آوری مدل WS با به‌کارگیری روش پیشنهادی در این مقاله هستیم. همچنین، با وجودی که همبستگی معیار انرژی با مجموع استحکام‌های جریان در مدل Gi از سایر مدل‌ها و به‌ویژه BA بیشتر است و مدل Gi ذاتاً در برابر حملات سیستماتیک از مدل BA عملکرد بهتری دارد، تأثیر مکانیزم سیم‌بندی در مدل BA به‌مراتب از مدل Gi بیشتر بوده است.

در ادامه، استحکام مدل‌های مختلف شبکه یعنی ژیلبرت (Gi)، بارآبایی-آلبرت (BA) و دنیای کوچک (WS) را مورد ارزیابی قرار داده‌ایم. بدین منظور تمامی این شبکه‌ها را با تعداد ۱۰۰ گره و تعداد یال مشخص تولید کرده، سپس معیارهای مختلف استحکام را که در بخش ۴ برشمردیم بر روی آن‌ها اعمال کرده‌ایم. برای اطمینان از صحت نتایج عددی حاصل از شبیه‌سازی، نتایج حاصل را از ۱۰۰ بار آزمایش به دست آورده و سپس برای هر مدل شبکه متوسط‌گیری کرده‌ایم. مقادیر معیارهای مجموع استحکام جریان برای حملات هدفمند مبتنی بر درجه (SFRD)، بینیت (SFRB) و نزدیکی (SFRC) مورد محاسبه و ارزیابی قرار گرفته‌اند. برای آنکه تمامی نتایج قابل مقایسه با یکدیگر باشند، مقادیر تمامی آن‌ها را به‌استثنای ضریب جورش^{۳۷} در بازه [0,1] نرمال کرده‌ایم. ضریب هم‌تیبی خود در بازه [-1,1] قرار دارد. همچنین لازم به ذکر است که به‌جای استفاده مستقیم از معیار مقاومت مؤثر که مقدار آن ممکن است بسیار بزرگ و در نتیجه غیر قابل استفاده باشد، از نسخه نرمال شده آن که به‌عنوان هدایت مؤثر گراف^{۳۸} [۵۱] شهرت و مقداری بین صفر و ۱ دارد، استفاده کرده‌ایم. برای نرمال‌سازی انرژی نیز تمامی مقادیر انرژی را محاسبه و به مقدار متوسط انرژی گراف Gi با احتمال اتصال ۶۰٪ با تعداد ۱۰۰ گره تقسیم کرده‌ایم. دلیل این انتخاب نیز آن بوده که انرژی چنین مدل ژیلبرتی در میان تمامی مدل‌های ساخته شده شبکه دارای ماکزیمم مقدار است. مضافاً، برای رسیدن به یک سازگاری در مقایسه بین سه معیار SFRD، SFRB و SFRC، این مقادیر را به مقادیر مشابه خود در گراف کامل با تعداد گره مشابه نرمال کرده‌ایم. شکل ۱۱ نتایج عددی حاصل از ارزیابی و سنجش مقادیر استحکام شبکه‌های مورد مطالعه را به‌صورت نمودارهای راداری به تصویر کشیده است.

همان‌طور که از نمودارهای شکل ۱۱ پیداست، در تمامی نمودارها بین سه معیار استحکام جریان با معیار پیشنهادی انرژی همبستگی زیادی وجود دارد. به بیان دیگر با افزایش این مقادیر، میزان انرژی گراف نیز افزایش پیدا می‌کند. البته میزان این همبستگی برای گراف‌های تصادفی Gi در مقایسه با سایر گراف‌ها بیشتر و برای مدل WS از همه ضعیف‌تر است. همچنین معیار انرژی که ما در این مقاله مورد استفاده قرار دادیم در مقایسه با سایر معیارها اختلاف کمتری با سه معیار استحکام جریان دارد که این به معنای سازگاری بیشتری در تفسیر و ارزیابی استحکام مدل‌های مختلف شبکه است. با نگاهی به سایر معیارها می‌توان دید که همه آن‌ها در بار اول مدل Gi با احتمال اتصال ۸۰٪ به‌عنوان شبکه مستحکم‌تر از مابقی شبکه‌ها رتبه‌بندی کرده‌اند. لیکن، معیارهایی همچون اتصال‌پذیری جبری و شکاف طیفی در قبال سایر شبکه‌ها سکوت پیشه کرده و قادر به تمایز سایر مدل‌ها از منظر تاب‌آوری و استحکام نیستند. بدین ترتیب معیار پیشنهادی [۲۹] از حساسیت کمتری در رتبه‌بندی برخوردار است. همچنین معیار اتصال‌پذیری طبیعی

شبکه و ویژگی‌های آن مانند قطر و متوسط طول مسیر و مانند آن دستخوش تغییر قرار بگیرند. بنابراین یک کار پژوهشی جالب می‌تواند ارائه یک مکانیزم سیم‌بندی باشد که در خلال اجرای آن ضمن بهبود در استحکام گراف ویژگی‌های اصلی آن چندان دستخوش آسیب قرار نگیرند. مسئله دیگر نیز مشکلی است که اساساً در ذات معیار انرژی طیفی نهفته است. به دلیل همبستگی ناچیز این معیار با سایر معیارهای برآورد استحکام در مدل شبکه‌های دنیای کوچک ممکن است در برخی مواقع شاهد کاهش توانمندی این معیار در پیش‌بینی تاب‌آوری و استحکام شبکه باشیم. لذا پیشنهاد می‌شود به دنبال ارائه معیار مناسبی بگردیم تا قادر به برآورد مناسب و خوبی از استحکام گراف و تاب‌آوری در هر سه مدل شبکه باشد.

۱-۰ مراجع

- [1] J. Gao, B. Barzel, A.-L. Barabási, "Universal resilience patterns in complex networks," *Nature*, vol. 530, pp. 307-312, 2016.
- [2] A. Avižienis, J.C. Laprie, B. Randell, C. Landwehr, "Basic Concepts and Taxonomy of Dependable and Secure Computing," *IEEE Trans. on Dependable and Secure Computing*, vol. 1, no. 1, pp. 11-33, 2004.
- [3] M. N. Youssef, *Measure of Robustness for Complex Networks*, Ph.D. Thesis, Department of Electrical and Computer Engineering College of Engineering, Kansas State University, 2012.
- [4] H. Wang and P.V. Mieghem, "Algebraic connectivity optimization via link addition," *Proceedings of IEEE/ACM Bionetics*, Nov. 2008, pp. 25- 28, Hyogo, Japan.
- [5] H. Chan and L. Akoglu, "Optimizing Network Robustness by Edge Rewiring: A General Framework," *Data Mining and Knowledge Discovery*, vol. 30, Issue 5, pp 1395-1425, Sept. 2016.
- [6] T.S. Evans, "Exact Solutions for Network Rewiring Models," *The European Physical Journal B*, vol. 56, Issue 1, pp 65-69, March 2007.
- [7] H. J. Herrmann, C.M. Schneider, A.A. Moreira, Jr. Andrade, S. Havlin, "Onion-like network topology enhances robustness against malicious attacks," *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2011, Jan. 2011.
- [8] E. Estrada, *The Structure of Complex Networks*, Oxford University Press, 2011.
- [9] B. Bollobás, *Probabilistic Combinatorics and Its Applications*, American Mathematical Society, 1991.
- [10] P. Erdős and A. Rényi, "On the Evolution of Random Graphs," *Publications of the Math. Inst. of the Hungarian Academy of Sci.*, vol. 5, pp. 17-61, 1960.
- [11] R. Albert and A.-L. Barabási, "Statistical mechanics of complex networks," *Reviews of Modern Physics*, vol. 74, no. 1, pp. 47-97, 2002.
- [12] A. Bingham and D. Spradlin, *The Long Tail of Expertise*, Pearson Education, 2011.
- [13] S. Milgram, "Behavioral Study of Obedience," *Journal of Abnormal and Social Psychology*, vol. 67, no. 4, pp. 371-8, 1963.
- [14] I. de Sola Pool, M. Kochen, "Contacts and influence," *Social networks*, vol. 1, pp. 5-51, 1978.
- [15] D. J. Watts and S. H. Strogatz, "Collective dynamics of small-world networks," *Nature*, vol. 393, no. 6684, pp. 440-442, June 1998.
- [16] D. B. West, *Introduction to Graph Theory*, 2nd ed., Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2000.
- [17] D. Babić, D.J. Klein, I. Lukovits, S. Nikolić, N. Trinajstić, "Resistance-Distance Matrix: A Computational Algorithm and Its Applications," *Int. J. Quant. Chem.*, vol. 90, pp. 166-176, 2002.
- [18] M. Fiedler, "Laplacian of graphs and algebraic connectivity, Combinatorics and Graph Theory," *Banach Center Publications*, vol. 25, no. 1, pp. 57-70, 1989.
- [19] I. Gutman, "The energy of a graph," *Steiermärkisches Mathematisches Symposium (Stift Rein, Graz, 1978), Ber. Math.*, Vol. 10, pp. 1-22, 1978.
- [20] L.C. Freeman, "A set of measures of centrality based on betweenness," *Sociometry*, vol. 40, no. 35, 1977.

استحکام گراف را در پیش‌بینی و ارزیابی استحکام و تاب‌آوری مدل‌های مختلف شبکه برآورد کرد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در اکثر مدل‌ها معیار انرژی همبستگی قابل‌توجهی با مجموع استحکام‌های جریان دارد. البته یک مورد استثناء نیز وجود دارد و آن برای گراف تصادفی Gi با احتمال اتصال ۰/۸ است. به دلیل نزدیکی ساختار این گراف با گراف کامل و به این دلیل که معیار انرژی برای گراف کامل اساساً مقداری بالایی را ارائه نمی‌دهد، علی‌رغم اینکه مجموع استحکام‌های جریان در گراف کامل ماکزیم مقدار را دارد، همبستگی انرژی با معیارهای SFRB، SFRD و SFRC در گراف کامل بسیار ناچیز است. با این حال و به‌استثنای این مورد، در سایر موارد معیار انرژی بیشترین صحت، دقت و سازگاری را در ارزیابی استحکام و تاب‌آوری مدل‌های مختلف شده از خویش به نمایش گذاشته و به همین دلیل و به باور ما می‌تواند به‌عنوان یک معیار مناسب و سازگار در پیش‌بینی و تحلیل تاب‌آوری گراف‌ها به کار گرفته شود.

۹- نتیجه‌گیری و کارهای آتی

در سالیان اخیر، تمرکز پژوهشگران بر توصیف مدل‌های شبکه‌های مختلف قرار داشته است. در این قبیل پژوهش‌ها، مطالعات شبکه از حالت ساده گذشته خارج شده و شبکه‌های مورد بررسی اصطلاحاً شبکه‌های پیچیده نام گرفته‌اند. ویژگی مهم این قبیل شبکه‌ها این است که نه کاملاً تصادفی‌اند و نه کاملاً منظم و تلاش برای شبیه‌سازی و تحلیل این شبکه‌ها به معرفی مدل‌هایی مانند شبکه‌های دنیای کوچک و شبکه‌های مقیاس-آزاد منجر شده است. شبکه‌های پیچیده بسیار مستعد خرابی‌های تصادفی و حملات سیستماتیک هستند. ارزیابی و بهبود تاب‌آوری یکی از جنبه‌های مهم و ضروری در طراحی شبکه‌های ارتباطی بوده است. دلایل توجه به خرابی‌های تصادفی و حملات سیستماتیک در شبکه‌ها به‌ویژه شبکه‌های پیچیده به دو دلیل عمده بوده است. یکی به دلیل طراحی شبکه‌های جدید به‌عنوان سیستم‌هایی که بتوانند در محیط عملیاتی خویش به‌خوبی مجتمع گردند و دیگر بررسی این موضوع است که خرابی‌ها و حملات چگونه می‌توانند مؤلفه‌ها و ویژگی‌های مختلف شبکه‌ها را تحت تأثیر خویش قرار دهند. با مطالعه مدل‌های اشکال و چگونگی وقوع حملات در شبکه می‌توانیم از شبکه‌های موجود در برابر آن‌ها حفاظت به عمل آوریم. برای مثال، از گره‌ها/یال‌های حساس و با اولویت بالا محافظت کرده یا اینکه راه‌کارهایی را به‌منظور کاهش حساسیت آن‌ها در برابر خرابی‌ها و حملات پیدا کنیم. در این مقاله ما یک مکانیزم سیم‌بندی را بر اساس الگوریتم تکاملی (تکاملی) توأم با افزایش معیار انرژی طیفی گراف ارائه دادیم. به طور کلی هدف از مکانیزم‌های سیم‌بندی را به می‌توان به دو گره عمده تقسیم‌بندی کرد. دسته اول آن مکانیزم‌های سیم‌بندی‌ای هستند که با هدف بهبود و افزایش تاب‌آوری و استحکام شبکه انجام می‌شوند و دسته دیگر در زمره آن‌هایی قرار دارند که با اهدافی به غیر از استحکام (برای نمونه بررسی دینامیزم‌های تکاملی در شبکه‌های فاقد رشد) صورت می‌پذیرند. روشن است که منظور ما از مکانیزم سیم‌بندی در این مقاله حول و حوش روشهایی است که عمدتاً در زمره دسته اول قرار می‌گیرند. برای ارزیابی استحکام گراف‌ها، اندازه‌گیری صحت و دقت معیار پیشنهادی در برآورد و پیش‌بینی تاب‌آوری آن‌ها در برابر حملات سیستماتیک ما سه نوع حمله هدفمند مبتنی بر مرکزیت درجه، بینیت و نزدیکی را ترتیب داده‌ایم. یعنی شبکه را طوری بازپیکربندی یا سیم‌بندی کرده‌ایم که مجموع استحکام‌های جریان در برابر انواع حملات مختلف مبتنی بر مرکزیت یعنی SFRD، SFRB و SFRC در آن بیشینه گردد. نتایج عددی برآمده از شبیه‌سازی نشان دادند که روش پیشنهادی در سه مدل گراف‌های تصادفی، مدل باراباشی-آلبرت و مدل دنیای کوچک می‌تواند به گرافهایی با استحکام و تاب‌آوری بالا منجر گردد. به‌عنوان کارهای آتی و ادامه کار فعلی به مواردی چند اشاره می‌توان داشت. یکی اینکه به‌کار بستن مدل پیشنهادی سبب تغییر در پیکربندی گراف تحت آزمون می‌شود و بدین ترتیب ممکن است خواص

- [44] "Global B2C Ecommerce Sales to Hit \$1.5 Trillion This Year Driven by Growth in Emerging Markets - eMarketer."
- [45] D. Fay, H. Haddadi, A. Thomason, A.W. Moore, R. Mortier, A. Jamakovic, S. Uhlig, S. M. Rio, "Weighted Spectral Distribution for Internet Topology Analysis: Theory and Applications," *IEEE/ACM Transactions on Networking*, vol. 18, no. 1, pp. 164-176, 2010.
- [46] J. Wu, M. Barahona, Y.J. Tan, H.Z. Deng, "Spectral measure of structural robustness in complex networks," *Systems, IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans*, vol. 41, no. 6, pp. 1244-1252, 2011.
- [47] E. Estrada, N. Hatano, M. Benzi, "The physics of communicability in complex networks," *Physics Reports*, 514, pp. 89-119, 2012.
- [48] A. Yazdani, R. A. Otoo, and P. Jeffrey, "Resilience enhancing expansion strategies for water distribution systems: A network theory approach," *Environmental Modelling & Software*, vol. 26, no. 12, pp. 1574-1582, 2011.
- [49] A. Tizghadam and A. Leon-Garcia, "Autonomic traffic engineering for network robustness," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 28, no. 1, pp. 39-50, 2010.
- [50] J. P. Rohrer, A. Jabbar, and J. P. G. Sterbenz, "Path diversification: A multipath resilience mechanism," *7th IEEE International Workshop on the Design of Reliable Communication Networks (DRCN)*, pp. 343-351, Oct. 2009, Washington, DC, USA.
- [51] M. J.F. Alenazi and J. P.G. Sterbenz, "Comprehensive Comparison and Accuracy of Graph Metrics in Predicting Network Resilience," *The 11th International Conference on Design of Reliable Communication Networks (DRCN'015)*, pp. 157-164, March 2015, Paris, France.
- [21] L.C. Freeman, "Centrality in social networks conceptual clarification," *Social Networks*, vol. 1, no. 215, 1979.
- [22] B. Bollobás, *Modern Graph Theory, Graduate Texts in Mathematics*, vol. 184, Springer-Verlag, 1998.
- [23] R. Diestel, *Graph Theory, Graduate Texts in Mathematics*, vol. 173, 4th ed., Springer-Verlag, 2010.
- [24] V. H. Louzada, F. Daolio, H.J. Herrmann, M. Tomassini, "Smart rewiring for network robustness," *Journal of Complex Networks*, vol. 1, no. 2, pp. 1-10, Sept. 2013.
- [25] C. M. Scheneider, A.A. Moreira, J.S. Andrade, S. Havlin, H.J. Herrmann, "Mitigation of malicious attacks on networks," *PNAS*, vol. 108, no. 10, pp. 3838-3841, 2011.
- [26] V. H. Louzada, F. Daolio, H.J. Herrmann, M. Tomassini, "Generating Robust and Efficient Networks Under Targeted Attacks," *Intelligent Systems Reference Library*, vol. 85, pp 215-224, 2015.
- [27] B. Liang, "Smart Rewiring Improving Network Robustness Faster," *CHIN.PHYS.LETT*, vol. 32, no. 7, 2015.
- [28] Z-Xi Wu and P. Holme, "Onion structure and network robustness," *Phys. Rev. E* 84, p.026106, 2011.
- [29] A. Sydney, C. Scoglio, D. Gruenbacher, "Optimizing algebraic connectivity by edge rewiring," *Applied Mathematics and Computation*, Issue 219, pp. 5465-5479, 2013.
- [30] J. Lindquist, J. Ma, P. Van den Driessche, F.H. Willeboordse, "Network evolution by different rewiring schemes," *Physica D*, Issue 238, pp. 370-378, 2009.
- [31] X. -J. Xu et al., "Network evolution by nonlinear preferential rewiring of edges," *Physica A*, Issue 390, pp. 2429-2434, 2011.
- [32] X.H. Yang, G.Chen, S.Y. Chen, "The impact of connection density on scale-free distribution in random networks," *Physica A*, Issue 392 pp. 2547-2554, 2013.
- [33] L. Ji, W. Bing-Hong, W. Wen-Xu, Z. Tao, "Network Entropy Based on Topology Configuration and its Computation to Random Networks," *CHIN. PHYS. LETT.*, vol. 25, no. 11, p. 4177, 2008.
- [34] Y.-B. Xie, T. Zhou, B.-H. Wang, "Scale-free networks without growth," *Physica A*, Issue 387, pp. 1683-1688, 2008.
- [35] J. Ohkubo, K. Tanaka, T. Horiguchi, "Generation of complex bipartite graphs by using a preferential rewiring process," *Physical Review E* 72, 036120, 2005.
- [36] J. Ohkubo and M. Yasuda, "Fat-tailed degree distributions generated by quenched disorder," *International Conference on Complex Systems (ICCS'06)*, June 2006, Boston, MA, USA.
- [37] V.N. Zadorozhnyi and E.B. Yudin, "Growing network: Models following nonlinear preferential attachment rule," *Physica A*, Issue 428, pp. 111-132, 2015.
- [38] M. R. Evans and T. Hanney, "Nonequilibrium Statistical Mechanics of the Zero-Range Process and Related Models," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 38, no. 19, 2005.
- [39] T.S. Evans and A.D.K. Plato, "Network Rewiring Models," *Heterog. Media* 3, pp. 221-238, 2008.
- [40] A. Bigdeli, A. Tizghadam, A. Leon-Garcia, "Comparison of Network Criticality, Algebraic Connectivity, and Other Graph Metrics," *SIMPLEX'09*, July 1, 2009, Venice, Italy.
- [41] W. Ellens, *Effective graph resistance and other graph measures for network robustness*, Master thesis, Mathematical Institute, University of Leiden, 2011.
- [42] A. Yazdani and P. Jeffrey, "A note on measurement of network vulnerability under random and intentional attacks," *arXiv:1006.2791 [Cond-Mat, Physics:physics]*, Retrieved from <http://arxiv.org/abs/1006.2791>.
- [43] E. Estrada, "Network robustness to targeted attacks," *The interplay of expansibility and degree distribution*, *Eur. Phys. J. B* 52, pp. 563-574, 2006.

فرشاد صفايي، کارشناسی، کارشناسی ارشد و دکتری

خویش را در رشته مهندسی کامپیوتر، معماری سیستم-

های کامپیوتری از دانشگاه علم و صنعت ایران، به ترتیب،

در سال‌های ۱۳۷۳، ۱۳۷۶ و ۱۳۸۶ دریافت کرد. او اکنون

با درجه دانشجویی در دانشکده مهندسی و علوم کامپیوتر

دانشگاه شهید بهشتی به تدریس و پژوهش اشتغال دارد.

زمینه‌های پژوهشی مورد علاقه ایشان عبارتند از مدل‌سازی و ارزیابی کارایی

سیستم‌های کامپیوتری، شبکه‌های پیچیده و اجتماعی، شبکه‌های میان ارتباطی و

سامانه‌های ذخیره‌سازی پیشرفته.

آدرس پست الکترونیکی ایشان عبارت است:

f_safaei@sbu.ac.ir



امین بابایی، کارشناسی خویش را از دانشگاه پیام نور بابل

در رشته مهندسی کامپیوتر، نرم‌افزار در سال ۱۳۸۹ و مدرک

کارشناسی ارشد خود را از دانشکده مهندسی و فناوری

اطلاعات دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین در سال ۱۳۹۵ در

رشته نرم‌افزار و فناوری اطلاعات دریافت کرد. زمینه‌های

پژوهشی مورد علاقه او عبارتند از شبکه‌های پیچیده و اجتماعی، یادگیری ماشین و



فرآیندهای تصادفی.

آدرس پست الکترونیکی ایشان عبارت است:

aminbabaei@ipm.ir

⁷ Small-worldness

⁸ Stochastic

⁹ Expected value

¹⁰ Gutman

¹¹ Betweenness

¹² Bollabás

¹ Resilience

² Fault-tolerance

³ Survivability

⁴ Vulnerability

⁵ Maintainability

⁶ Power grid

¹³ Diestsel

¹⁴ Swapping

¹⁵ Onion-like

¹⁶ Smart Rewiring

¹⁷ Friendship

¹⁸ Simulated Annealing

¹⁹ Connection Density

²⁰ Sparce

²¹ Visualization

²² Urn Model

²³ Renewal Theory

²⁴ Artifacts

²⁵ Dog breed

²⁶ Truncation

²⁷ Crossover

²⁸ Disconnection

²⁹ Business-To-Consumer

³⁰ Weighted Spectral Distribution

³¹ Estrada

³² Helmholtz free energy

³³ Articulation Points

³⁴ Expander

³⁵ Effective Graph Resistance

³⁶ Spearman Rank Correlation

³⁷ Assortativity

³⁸ Effective Graph Conductance

Optimizing Spectral Energy of Graphs by an Evolutionary Edge Rewiring

Farshad Safaei¹, Amin Babaei²

¹ Faculty of Computer Science and Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

² School of Computer Science, Institute for Research in Fundamental Sciences (IPM), Tehran, Iran

Abstract

Robustness is considered as one of the important and vital features in today's complex networks and advanced infrastructures and has become a popular and growing research field in the recent years. This research field seeks to find solutions and mechanisms to improve the connectivity of networks against random failures and systematic attacks. Until now, various different measures have been suggested for measurement and assessment of robustness and resilience of complex networks. An important part of these measures is dedicated to the algebraic graph theory and the study and examination of the spectrum of the graph's adjacency matrix (graph spectrum). The energy of any simple graph is the sum of the absolute values of its eigenvalues. In this paper, it is first shown that the energy of any network has a strong correlation with its robustness, then; a rewiring mechanism for optimization of a graph's energy measure is presented. Using an evolutionary algorithm (genetic), we try to find that rewiring which set of edges causes the most energy increase compared to the original graph. By answering this question, we can decide about finding an optimal solution to optimize the energy and connectivity of complex networks in different areas of complex and social networks, and; as a result, increase their robustness and resilience. The numerical results derived from simulations provide us with knowledge of the location and number of edges that should be rewired to gain a maximal increase in energy, and; as a result, a maximal increase in robustness.

Keywords: Complex Networks, Network Robustness, Graph Optimization, Edge Rewiring, Evolutionary Algorithms, Graph Energy, Flow Robustness